

1. GRUNDLAGEN, BASIS-TECHNIK UND EINFACHE HILFSMITTEL

1.1 Definition (modifiziert nach Helmert)

Die Geodäsie ist die Wissenschaft von der Gewinnung erdbezogener und objektbezogener Beobachtungsgrößen und ihrer Abbildung in physikalische Modelle.

1.2 Aufgabengebiete und Anwendungsbereiche der Geodäsie

Wichtige Aufgabengebiete sind zum Beispiel: Erdmessung, Landesvermessung, Detailaufnahme (Amtliche Vermessung), Ingenieurgeodäsie, Navigation, Forschung etc.

1.3 Arbeitsprinzipien

Folgende Prinzipien prägen die Geodäsie: *Ordnungsprinzip* („vom Grossen in's Kleine“), *Nachbarschaftsprinzip* (nahe beieinanderliegende Punkte vom gleichen Anschlusspunkt aus bestimmen), *Zuverlässigkeits- und Kontrollprinzip* (jedes Messelement durch unabhängige Kontrollen verifizieren), *Wirtschaftlichkeitsprinzip* („so genau wie erforderlich, nicht wie technisch möglich“), *Dokumentation der Messungen*.

1.4 Das Geoid („der Erde ähnlich“)

Das Geoid stellt die Ersatzfläche für die physische Erdoberfläche dar. Das Geoid ist definiert als die Niveaulfläche (Fläche mit konstanter Gravitation), auf der gilt: $W(x,y,z) = W_0 = 62'636'860 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$; W_0 ist dabei das Potential der Schwerkraft (Gravitation). Da die Massenverteilung im Erdinneren nicht homogen ist, weist die Niveaulfläche Unregelmässigkeiten auf und sie kann nur als Bezugsfläche für Schwere- und Höhenmessungen verwendet werden.

1.5 Rotationsellipsoid

Wegen seiner verhältnismässig einfachen mathematischen Darstellung mit definierter Metrik und Krümmung ist ein an den Polen abgeplattetes *Rotationsellipsoid* als geometrische Bezugsfläche besser geeignet als das Geoid.

Das *Referenzellipsoid* ist die Referenzfläche der Landesvermessung. Es ist lokal gut angepasst und ein guter lokaler Ersatz für das Geoid.

Das *mittlere Erdellipsoid* ist eine optimale Approximation an das Geoid und somit eine Ersatzfläche für die gesamte Erde.

1.6 (Gauss'sche) Schmiegunngskugel

Die Schmiegunngskugel ist eine lokale Annäherung an das Rotationsellipsoid.

1.7 Geodätisches Koordinatensystem

Jeder Punkt kann durch ein geordnetes Zahlenpaar, bestehend aus zwei Winkeln, zwei Längenmassen oder einem Winkel und einem Längenmass, als Koordinate dargestellt werden.

1.7.1 Geografische Koordinaten

Die geografische Länge eines Punktes P_1 stellt den Winkel L_1 zwischen der Ebene durch den Nullmeridian (= Meridian in Greenwich) und der Meridianebene in Punkt P_1 dar. Die geographische Breite ist der Winkel B_1 , den die Ellipsoidnormale in P_1 mit der Äquatorebene bildet.

1.7.2 Geozentrisches, erdfestes, kartesisches Koordinatensystem

Der Nullpunkt befindet sich im Schwerpunkt der Erde (= Geozentrum). Die Z-Achse zeigt in Richtung der Rotationsachse, während die X-Achse rechtwinklig zur Z-Achse ungefähr im Meridian von Greenwich liegt. Die Y-Achse steht rechtwinklig auf der XZ-Ebene, sodass ein Rechtssystem entsteht. GPS arbeitet mit einem solchen Koordinatensystem, dem WGS 84.

1.8 Ebene, kartesische Koordinatensysteme

Bei geometrischen Projektionen entstehen immer Verzerrungen: Man unterscheidet Längen-, Winkel- und Flächenverzerrungen. Für die Landesvermessung werden winkeltreue (konforme) Abbildungen benötigt, da in der Regel gemessene Winkel unverändert in die Rechnungen übernommen werden sollen.

1.8.1 Das Schweizer Koordinatensystem

Das Schweizer Koordinatensystem ist eine schiefachsige, winkeltreue (konforme) Zylinderprojektion, abgeleitet aus dem Rotationsellipsoid von Bessel. Sie erfolgt in zwei Schritten:

$$\text{Ellipsoid} \Leftrightarrow \text{Kugel} \Leftrightarrow \text{Zylinder}$$

Die alte Sternwarte in Bern hat folgende Koordinaten: Y: 600.000 km, X: 200.000 km.

1.8.2 Reduktionen infolge der Projektion

Distanzen müssen reduziert werden, ehe sie im ebenen Koordinatensystem verwendet werden dürfen:

- Reduktion auf die Projektionsfläche: ergibt die reduziert Distanz D_0 :

$$D_0 = d_{hor} - d_{hor} \cdot \frac{H_m}{R + H_m}$$

H_m : mittlere Höhe der beiden Punkte

R : Erdradius (= 6'379'000 m)

- Korrektur wegen der Projektionsverzerrung: ergibt die vollständig reduzierte Distanz D:

$$D \approx D_0 + D_0 \cdot \frac{(X_m)^2}{2R^2} + D_0 \cdot \frac{(\Delta X)^2}{24R^2}$$

X_m : mittlerer Nord-/Süd-Abstand von Bern (!)

$$X_m = 0.5(X_{P1} + X_{P2})$$

$$\Delta X \approx X_{P2} - X_{P1}$$

Werden Distanzen aus der Projektionsebene in natura übertragen, werden obige Korrekturen in umgekehrter Reihenfolge durchgeführt!

1.9 Geodätische Bezugsrichtungen

Es existieren folgende Bezugsrichtungen:

- *Geographisch-Nord*: Richtung der Rotationsachse der Erde
- *Magnetisch-Nord*: durch das Magnetfeld der Erde vorgegebene Richtung (zeitlich variabel!)
- *Karten-Nord*: Nord-Richtung in der Projektionsebene
- *Azimet*: Winkel zwischen Karten-Nord und einer Richtung A-B in der Projektionsebene
- *Meridiankonvergenz* γ : Winkel zwischen Geographisch-Nord und Karten-Nord
- *magnetische Deklination* δ : Winkel zwischen Geographisch-Nord und Magnetisch-Nord
- *kartographische Deklination* η : Winkel zwischen Karten-Nord und Magnetisch-Nord

1.10 Masseinheiten und Massverhältnisse

1.10.1 Winkleinheiten

In der Geodäsie wird mit gon (Neugrad) gerechnet. Winkel sind rechtsdrehend (positiv im Uhrzeigersinn). Der Winkel, welcher 1 rad entspricht, heisst ρ [rho]:

$$\rho^{gon} = 200 / \pi = 63.6620 gon$$

Für Umrechnungen gilt folgende Beziehungen:

$$400 gon = 360^\circ = 2\pi rad$$

$$1 gon = 0.9^\circ \quad \dots \quad 1^\circ = 1.11 gon$$

$$1 cgon = 0.54' \quad \dots \quad 1' = 1.85 cgon$$

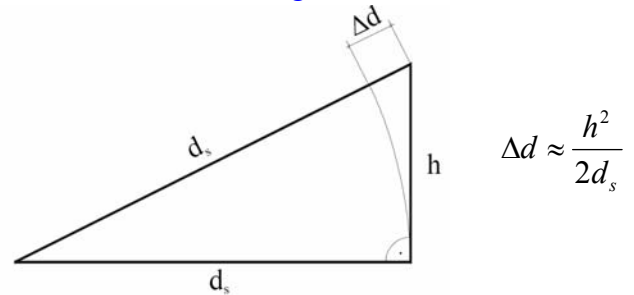
$$1 mgon = 3.24'' \quad \dots \quad 1'' = 0.31 mgon$$

1.10.2 Erste Geodätische Fundamentalformel

Die Erste Geodätische Fundamentalformel lautet:

$$\text{Bogenlänge} : \text{Radius} = \text{Winkel} : \rho$$

1.10.3 Kathetenzuschlagsformel



1.10.4 Massverhältnisse

Unter Massstab M versteht man das Verhältnis

$$M = \frac{1}{m} = \frac{\text{Zeichenstrecke}}{\text{Naturstrecke}}$$

mit m als Massstabszahl.

1.10.5 Neigungsverhältnisse

Die Neigung einer Strecke oder Fläche kann ausgedrückt werden durch:

$$\tan \alpha = \frac{1}{n} = \frac{h}{e} = \frac{p [\%]}{100}$$

α : Steigungs- oder Gefällwinkel

n : Anlage (des Gefällverhältnisses)

h : Höhe der Böschung

e : Breite der Böschung

p : Prozent- oder Promilleangabe

1.11 Messband

Jedes Messband ist auf einen Zug von 50 N kalibriert; dieser Zug muss also bei jeder Messung aufgebracht werden. Falls das Messband einen Durchhang von Δh aufweist, muss die gemessene Distanz wie folgt um Δd korrigiert werden:

$$\Delta d = -\frac{8}{3} \cdot \frac{(\Delta h)^2}{d_{\text{gemessen}}}$$

Hier könnte Ihre Werbung stehen!

2. EBENES KOORDINATENRECHNEN

2.1 Geodätisches Koordinatensystem

Im geodätischen Koordinatensystem zeigt die positive X-Achse nach Norden (nach „oben“) und die Y-Achse nach Osten (nach „rechts“). Koordinatenpaare werden wie folgt angegeben: (Y, X), d.h. (Rechtswert, Hochwert). Winkel sind im Uhrzeigersinn positiv definiert, doch die trigonometrischen Rechenregeln gelten genauso.

2.2 Erste Geodätische Hauptaufgabe (= polares Anhängen) (1. GH)

Gegeben sind die Koordinaten von Punkt A: Y_A und X_A . Gemessen hat man die Distanz D_{AB} zum Punkt B und das Azimut $Az(A,B)$ von Punkt A zu B. Die Koordinaten des Punktes B lauten nun:

$$Y_B = Y_A + \Delta Y = Y_A + D_{AB} \cdot \sin[Az(A,B)]$$

$$X_B = X_A + \Delta X = X_A + D_{AB} \cdot \cos[Az(A,B)]$$

2.3 Zweite Geodätische Hauptaufgabe (2. GH)

Gegeben sind die Koordinaten Y_A und X_A von Punkt A sowie die Koordinaten Y_B und X_B von Punkt B. Daraus lässt sich das Azimut $Az(A,B)$ von Punkt A nach B und die Distanz D_{AB} zwischen den Punkten A und B berechnen:

$$Az(A, B) = \arctan\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right) = \arctan\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right)$$

$$D_{AB} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

Ist das Vorzeichen von ΔX negativ, so müssen zum berechneten Azimut 200 gon addiert werden. Falls das Vorzeichen von ΔX positiv ist, so werden 400 (oder 0) gon addiert.

2.4 Ähnlichkeitstransformation (Helmert-2D)

Die Ähnlichkeitstransformation ist eine Kombination der *Translation*, der *Rotation* und der *Dehnung*: Es existiert ein Massstabsfaktor m , die Achsen beider Systeme sind um den Winkel φ gedreht

und der Nullpunkt ist um den Translationsvektor $[Y_0; X_0]$ verschoben. Die Ähnlichkeitstransformation ist verzerrungsfrei; die Proportionen bleiben erhalten, die Rechtwinkelbedingung bleibt gültig, der Massstab darf unterschiedlich sein. Um alle vier Transformationsparameter zu ermitteln, müssen zwei Punkte P und Q in beiden Koordinatensystemen (Y,X) und (y,x) bekannt sein. Ein Punkt S kann nun folgendermassen transformiert werden (z.B. von lokalen Koordinaten (y,x) in Landeskoordinaten (Y,X)) – Achtung: φ in $^\circ$ [Grad]!:

$$\begin{bmatrix} Y_S \\ X_S \end{bmatrix} = m \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_S \\ x_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_0 \\ X_0 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{\sqrt{(X_P - X_Q)^2 + (Y_P - Y_Q)^2}}{\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}}$$

Die Rücktransformation lautet damit:

$$\begin{bmatrix} y_S \\ x_S \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_S - Y_0 \\ X_S - X_0 \end{bmatrix}$$

3. TERRESTRISCHE KOORDINATENBESTIMMUNG

3.1 Fixpunktfeld der Landes- und amtlichen Vermessung

Lagefixpunkte werden mit LFP abgekürzt. LFP 1 (früher: Triangulationspunkte I. – III. Ordnung) unterliegen der Zuständigkeit von Swisstopo; sie wurden ausschliesslich mit Richtungen und Winkeln (Triangulation) gemessen. LFP 2 (früher: Triangulationspunkte IV. Ordnung) liegen jeweils 800 bis 1500 Meter voneinander entfernt und werden von kantonalen Vermessungsämtern verwaltet. Sie sind wichtig für die Ingenieur- und Parzellarvermessung. Die Messmethode ist frei, solange die geforderte Genauigkeit erreicht wird. Basispunkte oder LFP 3 (früher: Polygonpunkte) dienen dem Vermessungszweck der amtlichen Vermessung und führen häufig Strassen u.ä. entlang.

3.2 Terrestrische Methoden der Netzwerkverdichtung

Neupunktkoordinaten werden auf drei Arten bestimmt:

- polygonometrische (linienweise) Bestimmung
- punktweise Bestimmung
- netzweise Bestimmung

3.2.1 Freier Polygonzug

Freie Polygonzüge sind beidseitig nicht nach Koordinaten oder Richtungen angeschlossen. Bei der Berechnung wird ein lokales Koordinatensystem konstruiert.

3.2.2 Einseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

Diese Zugart wird verwendet, wenn sich keine Anschlussmöglichkeiten am Zugende ergeben (z.B. Stollen). Die Kontrollmöglichkeiten sind gering, die Varianzfortpflanzung ungünstig.

3.2.3 Beidseitig nach Koordinaten angeschlossener Polygonzug

Zuerst wird eine freier Polygonzug berechnet, dannach wird dieser an eine bekannte Koordinate angehängt und mit einer Transformation die Richtigkeit des anderen Punktes (Endpunkt) ermittelt.

3.2.4 Beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Polygonzug

Am Endpunkt können wieder die Koordinaten und zusätzlich Azimute verglichen werden.

3.2.5 Geschlossener Polygonzug / Ringpolygon

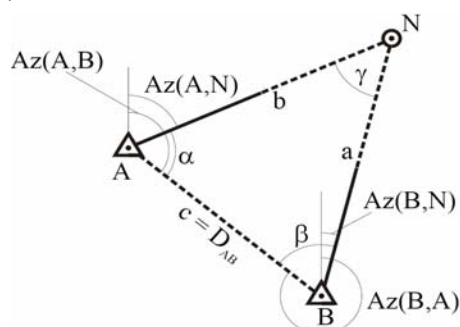
Das Ringpolygon ist ebenfalls ein beidseitig nach Koordinaten und Richtungen angeschlossener Zug. Der Anfangspunkt ist gleich dem Endpunkt, weshalb Fehler in der Anschlusskoordinate nicht aufgedeckt werden können.

3.3 Einzelpunkteinschaltungen

Unter Einzelpunkteinschaltungen sind Methoden der Netzwerkverdichtung zusammengefasst, mit welchen die Koordinaten eines einzelnen Punktes bestimmt werden.

3.3.1 Vorwärtseinschneiden über Richtungswinkel

Gesucht sind die Koordinaten des Punktes N, wenn die Koordinaten der Punkte A und B sowie die Richtungen $Ri(A,N)$, $Ri(A,B)$, $Ri(B,A)$ und $Ri(B,N)$ bekannt sind.



$$\alpha = Ri(A,B) - Ri(A,N)$$

$$\beta = Ri(B,N) - Ri(B,A)$$

$$\gamma = 200 - \alpha - \beta$$

$$\frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \quad \text{und} \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$Az(A,B)$ und $Az(B,A)$ aus 2. GH

$$Az(A,N) = Az(A,B) \pm \alpha$$

$$Az(B,N) = Az(B,A) \pm \beta$$

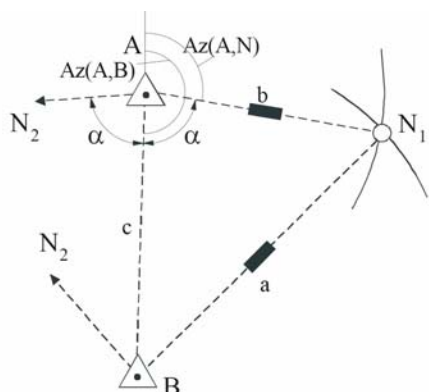
$$Y_N = Y_A + b \cdot \sin[Az(A,N)]$$

$$X_N = X_A + b \cdot \cos[Az(A,N)]$$

Als Kontrolle werden die Koordinaten nun von B aus analog berechnet.

3.3.2 Bogenschnitt

Gegeben sind die Koordinaten von A und B und die Distanzen D_{AN} (= b) und D_{BN} (= a). Gesucht sind wiederum die Koordinaten von N.



$Az(A,B)$ und c aus 2. GH

$$\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

$$Az(A,N) = Az(A,B) \pm \alpha$$

$$Y_N = Y_A + b \cdot \sin[Az(A,N)]$$

$$X_N = X_A + b \cdot \cos[Az(A,N)]$$

Als Kontrolle werden die Koordinaten analog von B aus berechnet.

3.4 Richtungs- und Winkelmessung

Winkel, die senkrecht zur Lotrichtung stehen (also horizontal liegen), heissen *Horizontalwinkel*; Winkel in lotrechten Ebenen sind *Vertikalwinkel*. Ein Winkel ist die Differenz zweier Richtungen. Der *Zenitwinkel* ist der Vertikalwinkel, der sich auf den Zenit als Nullrichtung bezieht – bei horizontaler Fernrohrlage beträgt er also 100 gon. Der *Höhenwinkel* ist der Vertikalwinkel, der sich auf den Horizont als Nullrichtung bezieht – bei horizontaler Fernrohrlage beträgt er also 0 gon. Wenn derselbe Zielpunkt in beiden Fernrohrlagen gemessen wird, müssen sich die beiden Zenitwinkel z_I und z_{II} zu 400 gon ergänzen; sonst liegt eine Indexabweichung v_Z vor. Seien A_I und A_{II} die Ablesungen in beiden Lagen. Dann berechnen sich Zenitwinkel z und Indexabweichung v_Z gemäss den Formeln:

$$z = \frac{(A_I + 400 \text{ gon}) - A_{II}}{2}$$

$$v_Z = \frac{400 \text{ gon} - (A_I + A_{II})}{2}$$

3.5 Abriss und Orientierung

Mit Abriss wird die Berechnung der Orientierung des Horizontalkreises eines Sensors bezüglich Kartennord (X-Achse) bezeichnet.

Die Orientierung ist der Faktor, mit dem Richtungen korrigiert werden müssen, damit man das Azimut erhält:

$$O_i = Az(S, F_i) - Ri(F_i)$$

3.6 Distanzreduktionen

Mit Hilfe der Distanzreduktion werden gemessene Distanzen in Distanzen des ebenen Projektionssystems umgerechnet. Drei grundsätzliche Korrekturen und Reduktionen sind nötig:

1. Instrumentell bedingte Korrekturen
2. Meteorologische Korrekturen
3. Geometrische Reduktionen

Auf der folgenden Seite wird der gesamte Ablauf der Korrekturen und Reduktionen zusammengefasst. Dieser Ablauf gilt aber nur für Distanzen kleiner als 5 km. Folgende Grössen werden verwendet:

d_s : Schrägdistanz (ab 2. mit instrumentellen Korrekturen versehen!)

n : Brechungsindex der Luft

p : Luftdruck in hPa

T : Lufttemperatur in °C

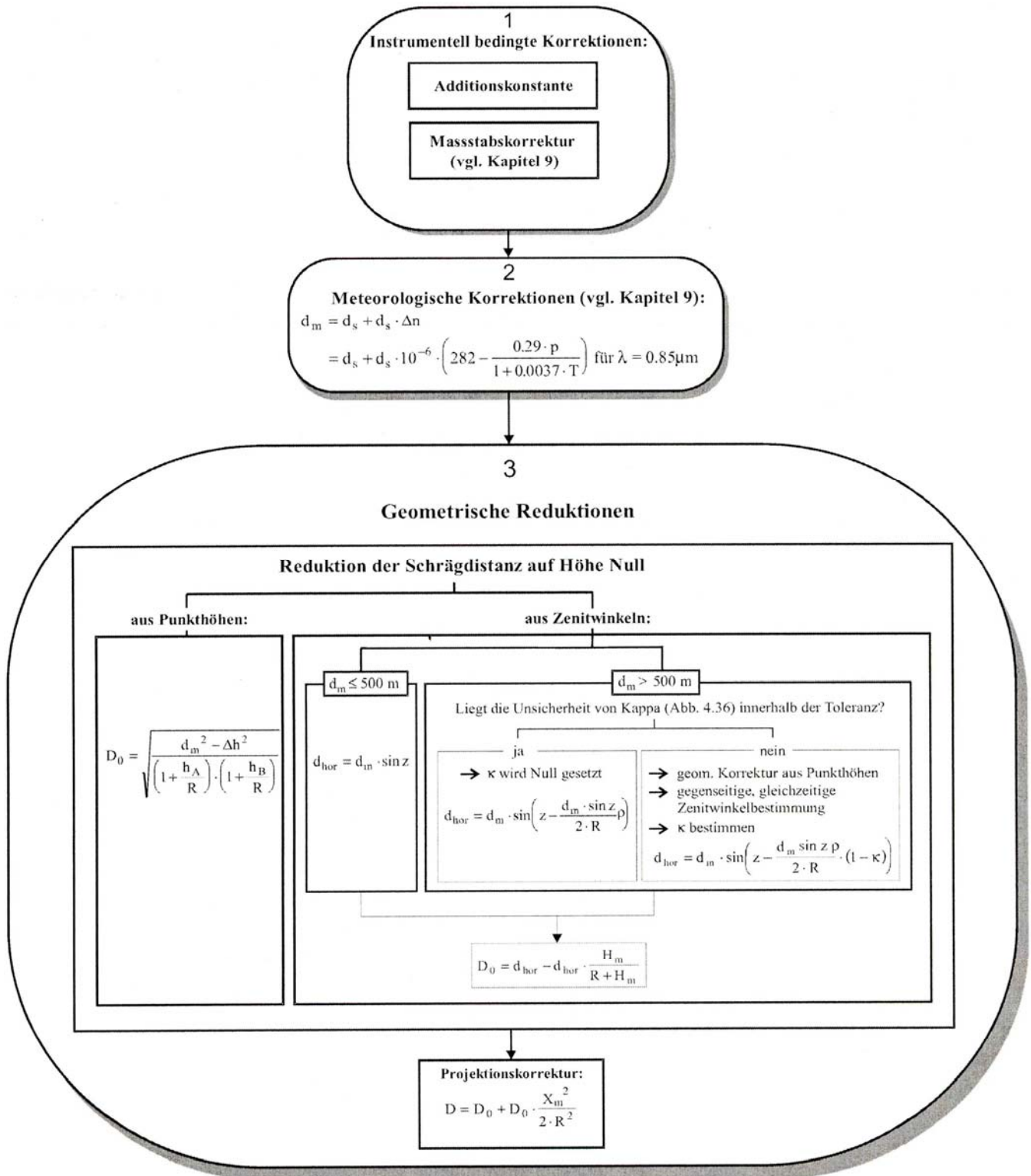
z : gemessener Zenitwinkel

R : Erdradius, $R = 6'379'000 \text{ m}$

κ : Refraktionskoeffizient

H_m : mittlere Höhe, $H_m = 0.5 \cdot (h_a + h_b)$

$X_m = 0.5 \cdot (X_A + X_B) \rightarrow$ siehe 1.8.2!



$$\kappa = 503 \cdot \frac{p}{T^2} \cdot (0.0342 + \tau)$$

mit:

p : Luftdruck [hPa]

T : Temperatur [Kelvin = Celsius + 273.15]

τ : vertikaler Temperaturgradient [dT/dh]

3.7 Distanzzentrierung

Falls der Theodolit und der Distanzmesser sowie die Zieltafel für die Winkelmessung und der Reflektor für die Distanzmessung nicht auf gleicher Höhe befinden, so gilt:

$$a = (T_Z - T_R) - (I_T - I_D)$$

$$\sin(\Delta z) = \frac{a}{d_m} \cdot \sin(z) \rightarrow z^* = z + \Delta z$$

$$d_{hor} = d_m \cdot \sin(z^*) \quad ; \quad \Delta h = d_m \cdot \cos(z^*)$$

d_m : meteokorrigierte Schrägdistanz

d_{hor} : gesuchte Horizontaldistanz

z : gemessener Zenitwinkel

z^* : korrigierter Zenitwinkel

I_T : Theodolithhöhe

I_D : Distanzmesserhöhe

T_Z : Zieltafelhöhe

T_R : Reflektorhöhe

4. HÖHENBESTIMMUNG

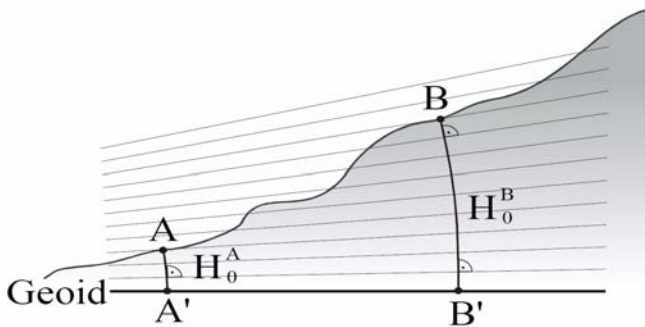
4.1 Anforderungen

Höhen müssen im Wesentlichen vier Anforderungen genügen:

1. Höhen sollen eindeutig, also unabhängig vom gewählten Messweg, sein.
2. Alle Punkte, die auf der gleichen Niveaufläche liegen, sollen die gleiche Höhe erhalten.
3. Höhen sollen Abstände der Punkte von einer Bezugsfläche sein.
4. Die Nivellementsreduktionen, die an den gemessenen (nivellierten) Höhenunterschieden anzubringen sind, um sie in ein bestimmtes Höhensystem zu überführen, müssen so klein sein, dass in lokalen Bereichen (z.B. Baustelle) mit unreduzierten Nivellementsergebnissen gearbeitet werden kann.

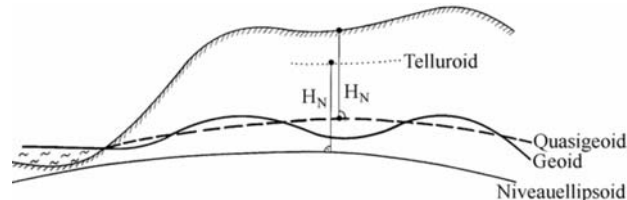
4.2 Verschiedene Höhen

4.2.1 Orthometrische Höhen



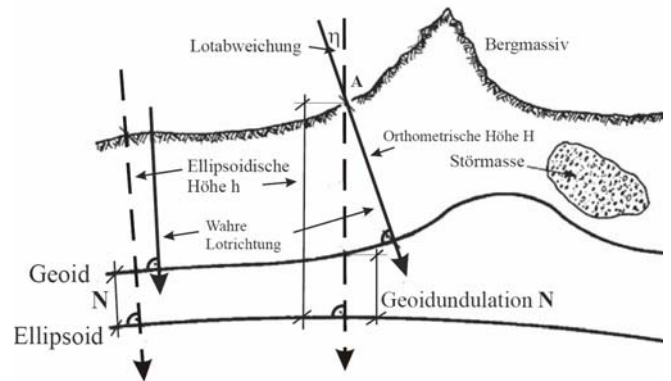
Die orthometrische Höhe H_0^A eines Punktes A ist die Länge der Lotlinie zwischen A und dem Geoid. Eine Berechnung über Nivellementsunterschiede ist mit orthometrischer Korrektur möglich. Anforderung 2 ist lokal erfüllt, 4 kann durch Korrekturen erfüllt werden; 1 und 3 sind erfüllt.

4.2.2 Normalhöhen



Die Normalhöhe H_N eines Punktes entspricht der Höhe des entsprechenden Telluroidpunktes über dem Niveauellipsoid. Das Telluroid ist keine Äquipotentialfläche, lässt sich aber direkt aus Schwereanomalien bestimmen. Das Niveauellipsoid hat gleiche Masse und Rotationsgeschwindigkeit wie die Erde. Somit werden lediglich Anforderungen 1 und 4 erfüllt. Trägt man die Normalhöhen von der Erdoberfläche ab, erhält man das Quasigeoid.

4.2.3 Ellipsoidische Höhen



Ellipsoidische Höhen h sind rein mathematisch als Abstände vom jeweiligen Bezugsellipsoid auf der Ellipsoidnormalen definiert. Sie haben damit keinen Bezug zum Schwerfeld der Erde.

4.3 Höhennetze in der Schweiz

Ausgangspunkt der Schweizer Höhenmessung ist der Repère Pierre du Niton in der Genfer See-bucht. Er liegt auf 373.600 M.ü.M. In der Schweiz werden Gebrauchshöhen verwendet, welche anfangs 20 Jh. ohne orthometrische Korrektur berechnet wurden. Seit 1993 werden orthometrische Höhen berechnet. Im Rahmen von LV95 wird in Zimmerwald ein neuer Fundamentpunkt als realer Höhenbezugspunkt eingeführt.

4.4 Geometrisches Nivellement

4.4.1 Prinzip

Der Höhenunterschied Δh berechnet sich aus der Rückblickablesung R minus der Vorblickablesung V. Die Konvention Rückblickablesung und Vorblickablesung ergibt sich aus der Nivellementsrichtung.

Nivellement				
Lattenpunkt	Rückblick (R)	Vorblick (V)	$\Delta h = R - V$	Höhe ü.M.
HFP 622	2.083		+	632.567
U1		1.286	-	633.364

4.4.2 Liniennivellement

Beim *eingehängten Nivellements-zug* (Normalfall) wird ein Zug beidseitig an höhenmässig bekannte Punkte angeschlossen, beim *freien Nivellements-zug* nur an einen. Die *Nivellementsschleife* ist ein Spezialfall des freien Zuges (nicht als Linie, sondern als Schleife angeordnet). Beim *Nivellements-knoten (Netzverdichtung)* – ideal für Höhenbestimmung eines neuen Fixpunktes – werden drei Züge von höhenmässig bekannten Punkten

zusammengeführt. Von einem *Doppelnivellement* spricht man, wenn „Hin und Zurück“ gemessen wird.

4.4.3 Auswertung eines eingehängten Zuges

Punkt Nr.	Distanz [km]	ΔH_{Hin} [m]	$\Delta H_{\text{Rück}}$ [m]	$d = \Delta H_{\text{Hin}} - \Delta H_{\text{Rück}}$ [mm]	ΔH_{mittel} (Hin u. Rück)	Aufteilung $v = w(D/\Sigma D)$	Höhe [m]	Gewicht $p = 1/D$	pdd	
HFP35							532,658			
	0,225	1,949	1,952	-3	1,9505	-0,0109		4,4	40,00	
NP1							534,598			
	0,106	0,223	0,224	-1	0,2235	-0,0051		9,4	9,43	
HFP39							534,816			
$\Sigma D =$	0,331				$\Sigma \Delta H = \text{IST} =$	2,1740	SOLL =	2,1580	$\Sigma \text{pdd} =$	49,43
					SOLL - IST = w =	-0,0160				

Die Standardabweichung für 1 km Weglänge beim Hin- und Rücknivellement beträgt:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum pdd}{2n}}$$

Die Standardabweichung der gesamten Höhendifferenz zwischen den beiden Punkten ergibt:

$$s_{[H]} = \frac{s_x}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sum D}$$

4.4.4 Flächenivellement

Die Höhenerfassung von Geländeformen und Objekten kann auf zwei Arten erfolgen: mittels der Aufnahme diskreter (markanter) Punkte oder der Aufnahme von Punkten in einem festgelegten Raster

4.5 Trigonometrische Höhenbestimmung

4.5.1 Prinzipielle Berechnung

Auf einem Standpunkt A mit der Instrumentenhöhe I wird der Zenitwinkel z und die Schrägdistanz d_s oder die horizontale Distanz d_{hor} zu einem Punkt mit Reflektorhöhe S gemessen. Die meteorokorrigierte Schrägdistanz wird mit d_m bezeichnet.

$$\Delta h_{AB} = d_m \cdot \cos(z) + (I - S)$$

$$\Delta h_{AB} = d_{\text{hor}} \cdot \cot(z) + (I - S)$$

Bei Distanzen > 150 m müssen zusätzlich die Erdkrümmung (Term k_E) und die Refraktion (Term k_R) berücksichtigt werden:

$$H_B = H_A + d_m \cdot \cos(z) + k_E - k_R + (I - S)$$

$$H_B = H_A + d_{\text{hor}} \cdot \cot(z) + k_E - k_R + (I - S)$$

Dabei lauten die Korrekturterme:

$$k_E = \frac{(d_{\text{hor}})^2}{2R} \quad \text{und} \quad k_R = \kappa \cdot \frac{(d_{\text{hor}})^2}{2R}$$

4.5.2 Gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelbeobachtung

Wird gleichzeitig der Zenitwinkel von A nach B und umgekehrt von B nach A bestimmt, so kann der Refraktionskoeffizient κ wie folgt abgeschätzt werden

$$\kappa = -\frac{2R}{(d_{\text{hor}})^2} (\Delta h - d_{\text{hor}} \cdot \cot(z) - I + S) + 1$$

Die Bezeichnungen sind analog zu 4.5.1.

4.6 Trigonometrisches Nivellement

Das trigonometrische Nivellement hat gegenüber dem geometrischen den grossen Vorteil, dass es sich über grosse Zielweiten und in schwierigem Gelände einsetzen lässt. Allerdings ist es auch viel fehleranfälliger. Es gibt drei grundlegende Methoden: *gegenseitig-gleichzeitige Zenitwinkelmessung* (s. 4.5.2), *quasi-simultane Methode* (mit geringer zeitlicher Verschiebung) und das *einfache und erweiterte Sprungverfahren* (arbeitet mit Überbestimmung).

4.7 Barometrische Höhenmessung

Die barometrische Höhenmessung beruht auf der Bestimmung des Luftdruckes in verschiedenen Höhen; aus Druckdifferenzen können so Höhendifferenzen abgeleitet werden. Der Luftdruck p_0 in Meereshöhe (Geoid) entspricht durchschnittlich dem Druck einer 760 mm hohen Quecksilbersäule. Mit zunehmender Höhe nimmt der Druck logarithmisch ab. Der Luftdruck hängt zudem von der Lufttemperatur, von der Luftfeuchtigkeit und der geographischen Breite ab. Zusätzlich ist der Verlauf des Erdschwerefeldes zu beachten.

Man unterscheidet zwischen mechanischen Barometern (Druckbüchse mit Zeigerfeder) und elektronischen Drucksensoren. Die innere Genauigkeit elektronischer Barometern beträgt heute ca. 2-5 cm.

4.8 Hydrostatisches Nivellement

Das hydrostatische Nivellement beruht auf dem Prinzip kommunizierender Röhren. Dabei sind zwei flüssigkeitsgefüllte Zylinder mit einem Schlauch verbunden. Beide Zylinder tragen dieselbe Skala. Bei ungleicher Höhe der Zylinder werden zwei verschiedene Werte abgelesen – die Differenz ergibt den Höhenunterschied zwischen den beiden Zylindern.

Eine Weiterentwicklung dieses Prinzips ist der *Nivelliertaster*, welcher rationelle Flächennivellements erlaubt, wenn z.B. keine Sichtverbindung besteht. Die Genauigkeit liegt zwischen 2 mm und 1 cm.

Präzisionsschlauchwaagen besitzen dank besonderem Messverfahren eine Genauigkeit von weniger als 0.01 mm.

4.9 Höhenbestimmung mit GPS

Satellitenverfahren sind der trigonometrischen Höhenbestimmung sowohl vom Zeitaufwand als auch in der Genauigkeit ab Distanzen > 1 km überlegen. Gegenüber Nivellierverfahren sind Satellitenverfahren nur bei grossen Distanzen wirtschaftlicher (nicht aber genauer!).

5. GEODÄTISCHE STATISTIK

5.1 Fehlerarten

Grobe Fehler sind im Sinne von falsch zu verstehen. Unter *systematischen Abweichungen* fasst man die funktionalen Komponenten der Abweichung zusammen; es handelt sich also um Modellfehler. Alle anderen Abweichungen sind *zufällige Abweichungen*.

5.2 Grundlagen

Der *wahre Wert* x_W ist der oft nicht bekannte tatsächliche Wert in natura.

Der *Erwartungswert* $\mu = E[x]$ ist das erste zentrale Moment der Zufallsvariablen x .

Die Abweichung des Erwartungswertes $E[x]$ vom wahren Wert x_W heisst *Bias* $\delta = \mu - x_W$.

Die Abweichung des Messwertes x_i vom wahren Wert x_W heisst *wahre Abweichung* $\varepsilon = x_W - x_i$.

Die Abweichung des Messwertes x_i vom Erwartungswert μ heisst schliesslich *Verbesserung* $v = \mu - x_i$.

Das *arithmetische Mittel* ist der plausibelste Schätzwert für den Erwartungswert μ bei einer Normalverteilung:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Der *Median* \tilde{x} ist der Wert in der Mitte der geordneten Datenreihe mit n Elementen:

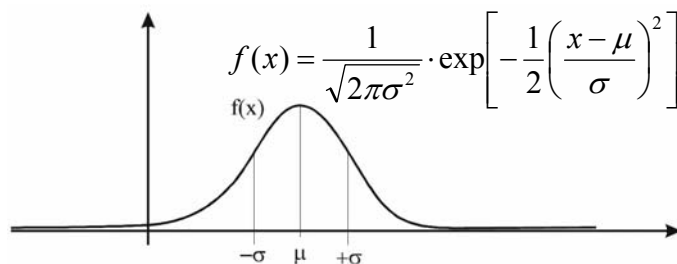
$$\tilde{x} = x_{[(n+1)/2]}, \quad \text{falls } n \text{ ungerade}$$

$$\tilde{x} = 0.5 \cdot (x_{[n/2]} + x_{[(n/2)+1]}), \quad \text{falls } n \text{ gerade}$$

Die *Varianz* σ^2 ist das Erwartungsmass der Streuung einer Zufallsvariablen um ihren Erwartungswert. Sie ist das zweite zentrale Moment einer Zufallsvariablen. σ heisst *Standardabweichung*.

5.3 Verteilungsfunktionen

Die Normalverteilung hat folgende Charakteristik:



Falls der Erwartungswert $E(x) = 0$ ist und die Varianz $\sigma^2 = 1$ ist, so spricht man von einer standardisierten Normalverteilung.

Die *Schiefe* γ einer Verteilung ergibt sich aus:

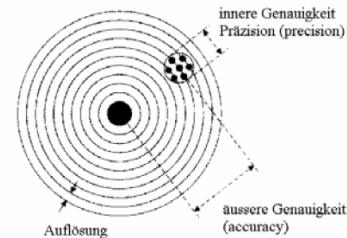
$$\gamma = \frac{1}{\sigma^3} \left[\frac{1}{n} \sum (x_i)^3 - \frac{3\mu}{n} \sum (x_i)^2 + 2\mu^3 \right]$$

$\gamma = 0$ entspricht einer symmetrischen Verteilung.

5.4 Genauigkeitsmasse

5.4.1 Grundbegriffe

Unter *Auflösung* wird die kleinste Zähleinheit verstanden. Die *innere Genauigkeit* ist identisch mit der *Präzision* – sie ist ein Mass für die Reproduzierbarkeit der „Treffer“ unter gegebenen Bedingungen und hängt mit der zufälligen Streuung zusammen. Die *äussere Genauigkeit* berücksichtigt die systematischen Abweichungen.



5.4.2 Varianz und Standardabweichung

Unter der *Varianz* σ^2 versteht man das zweite zentrale Moment einer Zufallsvariablen. Sie ist ein Mass der Streuung einer Zufallsvariablen um den Erwartungswert. σ ist die *Standardabweichung*.

Falls der wahre Wert x_W bekannt ist und somit gleich dem Erwartungswert μ ist, gilt:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Wird jeder Messwert unabhängig vom anderen mit gleicher Genauigkeit doppelt gemessen, kann die Standardabweichung σ aus den Differenzen d der *Doppelbeobachtung* ermittelt werden (z.B. Doppelnivellement). Somit ergibt sich die Standardabweichung einer einzelnen Beobachtung zu:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum dd}$$

und die Standardabweichung des Mittels zweier Beobachtungen aus:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}$$

5.4.3 Empirische Varianz s^2

Die empirische Varianz s entspricht der Varianz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, aber hier ist der Erwartungswert nicht bekannt und muss geschätzt werden. Der Freiheitsgrad f entspricht der Anzahl Messungen n abzüglich der u Unbekannten.

$$s^2 = \frac{1}{n - u} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

5.4.4 Empirische Standardabweichung

Die Standardabweichung s einer einzelnen Beobachtung ergibt sich aus:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left(\sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \frac{1}{n} \cdot \left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2 \right)}$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum pdd}{n}}$$

Die Standardabweichung des arithmetischen Mittels beträgt:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum vv}{n \cdot (n-1)}}$$

5.5 Gewicht

Werden Messungen von verschiedener Genauigkeit miteinander verknüpft, so sind die Messungen zu gewichten. Die Gewichte p_i verhalten sich umgekehrt proportional zur Streuung (Varianz) s_i :

$$p_i = \frac{const.}{(s_i)^2}$$

Verschiedene Beispiele hierfür sind:

1) Werden mehrere, gleichgenaue Beobachtungen aus je einer *unterschiedlichen Anzahl Messungen* miteinander verknüpft, wird p proportional zur Anzahl Messungen verteilt:

$$p = n$$

2) Bei der *Distanzmessung*, wo die Genauigkeit der Messungen a priori übereinstimmt, wird das Gewicht umgekehrt proportional zur Distanz D verteilt:

$$p = \frac{1}{D} \quad (\text{geometrisches Nivellement})$$

$$p = \frac{1}{D^2} \quad (\text{trigonometrisches Nivellement})$$

3) Wenn die *Varianz bekannt* ist lautet die Gewichtung:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i}$$

Eine Beobachtung mit Gewicht p_i hat dann folgende Standardabweichung:

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{p_i}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum [p_i \cdot (x_i)^2] - \frac{(\sum p_i \cdot x_i)^2}{\sum p_i} \right)}$$

Die Standardabweichung des gewichteten Mittels beträgt schlussendlich:

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{\sum p_i}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum [p_i \cdot (x_i)^2] - \frac{(\sum p_i \cdot x_i)^2}{\sum p_i} \right)}$$

4) Bei *Doppelbeobachtungen* ist das Vorgehen analog: Die Standardabweichung einer Beobachtung mit Gewicht p_i beträgt:

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{p_i}} \cdot \sqrt{\frac{\sum pdd}{2n}}$$

Die Standardabweichung des Mittels zweier Beobachtungen von Gewicht $p = 1$ ist somit:

5.6 Rechnerische Beispiele

5.6.1 Genauigkeitsangaben beim Abriss

Eingabetabelle					
Standpunkt			Anschlusspunkte		
Punkt	Koordinaten		Punkt	Koordinaten	
	Y	X		Y	X
A	717448.560	102691.650	F1	717326.613	102850.171
Neupunkte			F2	717227.766	102554.354
N1			F3	717573.567	102418.935

Punkt	Gerechn. Azimut [gon]	Beob. Richtung R [gon]	Az-R Omitt. [gon]	Orientierte Richtung (R + Omitt.)	Verbesserungen	
					v [mgon]	vv
F1	358.2552	0.0000	358.2552	358.2560	-0.8	0.64
F2	264.5839	306.3240	358.2599	264.5800	3.9	15.21
F3	172.6381	214.3850	358.2531	172.6410	-2.9	8.41
N1		152.3750		110.6310		
		Omitt. = 358.2560			Σ 0.2	24.26

Standardabweichung einer Orientierung:

$$s_O = \sqrt{\frac{\sum vv}{n-1}}$$

Std.abweichung der gemittelten Orientierung:

$$s_{O_{mittel}} = \frac{s_O}{\sqrt{n}}$$

Varianz einer orientierten Richtung:

$$(s_{R_{OR}})^2 = (s_O)^2 + (s_{O_{mittel}})^2$$

5.6.2 Gewichtetes Mittel beim Nivellements-knoten

Hn _i	ΔHN _i	D _i	p _i	p _i ΔHN _i	p _i · (ΔHN _i) ²	
[m]	[mm]	[km]	1/D _i	[mm]	[mm ²]	
von A	495.113	13	2.4	0.42	5.4	70.4
von B	495.129	29	1	1.00	29.0	841.0
von C	495.109	9	3.9	0.26	2.3	20.8
von D	495.120	20	2.1	0.48	9.5	190.5
HN ₀	495.100		Σ 2.16	46.2	1122.7	

Gewichtetes Mittel (allg. arithmetisches Mittel):

$$HN = \frac{\sum (p_i \cdot \Delta HN_i)}{\sum p_i}$$

Endgültige Höhe für Neupunkt N:

$$H = HN_0 + HN$$

Standardabweichung für 1 km Nivellement:

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left(\sum [p_i \cdot (\Delta HN_i)^2] - \frac{1}{\sum p_i} \cdot [\sum p_i \cdot \Delta HN_i]^2 \right)}$$

Std.abweichung für ein Nivellement der Länge D_i:

$$s_i = \frac{s_0}{\sqrt{p_i}}$$

Standardabweichung der gewichtet gemittelten Höhe von N:

$$s_{HN} = \frac{s_0}{\sqrt{\sum p_i}}$$

5.7 Toleranzen im Bauwesen

Das *Nennmass* wird zur Kennzeichnung von Grösse, Gestalt und Lage eines Bauteils angegeben und in den Konstruktions- oder Bauplan eingetragen. Das durch Messung festgestellte Mass nennt man *Istmass*; die Differenz zwischen Istmass und Nennmass ist das *Istabmass*. Das grösste zulässige Mass wird *Grösstmass* genannt, das kleinste zulässige Mass entsprechend *Kleinstmass*. Somit ist das *Grenzabmass* die Differenz zwischen Grösstmass und Nennmass resp.

Kleinstmass und Nennmass. Die *Toleranz* schliesslich ist die Differenz zwischen Grösstmass und Kleinstmass.

Wenn sich die Unsicherheit und Toleranzgrenze überschneiden, wird die Entscheidung, ob die Toleranz eingehalten wurde oder nicht, schwierig. Die Messunsicherheit ist vorweg zu definieren. Man wählt häufig die 2- bis 3-fache Standardabweichung – so liegen nur noch 5% resp. 1% der Messungen ausserhalb der Messunsicherheit. Fertigung und Messung teilen sich die Toleranz.

6. AUFNAHME

6.1 Grundsätzliches zur Aufnahme

Die Aufnahme ist die Grundlage zur Erfassung, Speicherung und Darstellung von künstlichen oder natürlichen Objekten. Die Aufnahmetechnik richtet sich dabei nach den Kriterien Wirtschaftlichkeit, Genauigkeit, Verfügbarkeit, Termine.

6.1.1 Basisinformationen der Aufnahme

Ein Objekt wird eindeutig beschrieben durch die *Metrik* und die *Thematik*. Metrik steht für *Geometrie* (= Lage im Raum und Ausdehnung) und *Topologie* (= Verknüpfung von Punkten oder Linien zu einem Objekt, z.B. Strassenrandverlauf). Die Thematik ist die Beschreibung (Attributierung) nach vorgeschriebenen, spezifischen Kriterien.

6.1.2 Aufgabenbereiche für die Aufnahme

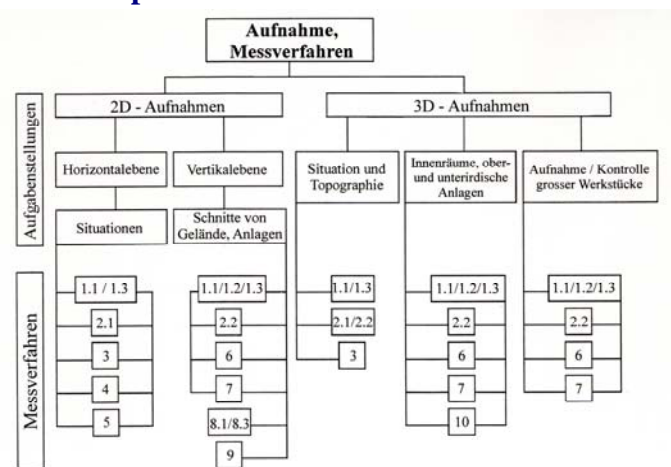
Aufnahmen werden für verschiedene Zwecke erstellt, u.a. für Kataster, Kartographie / Geologie / Klimatologie etc., Bauwesen, Versorgungsunternehmen und Telecom, Industrieanlagen und gebäudebezogenes Management (facility management).

6.2 Methodik der Aufnahme

Es sind zwei grundsätzliche Methoden zu unterscheiden:

1. Aufnahme diskreter Punkte: Einzelpunktaufnahme (Erfassen des Objektes durch Auswahl und Signalisation repräsentativer Punkte) sowie Profil- und Rasteraufnahmen (Erfassen eines Objektes in einer regelmässigen Netzstruktur). Als Resultat erhält man Vektordaten.
2. Aufnahme aller Punkte im Arbeitsbereich: Primäre Scanverfahren (photographische Aufnahme mit Digitalisieren oder kontinuierliches Abtasten mit Polarscannern) und Sekundäre Scanverfahren (Scannen von Plänen und Karten). Als Resultat erhält man Rasterdaten.

6.3 Prinzip der Messverfahren



- 1.1 Tachymetrie mit Reflektor
 - 1.2 Tachymetrie reflektorlos
 - 1.3 Theodolitmessverfahren (Vorwärtseinschneiden)
 - 2.1 Luftbild
 - 2.2 terrestrisch
 - 3. GPS-Verfahren
 - 4. Einbinde-Verfahren
 - 5. Orthogonal-Verfahren
 - 6. Laser-Profilier
 - 7. Laserscanner
 - 8.1 Geom. Nivellement
 - 8.2 Flächen-Nivellement
 - 8.3 Trigonometrisches Nivellement
 - 9. Staffelmethode
 - 10. Distanzmess-Verfahren
- } Polare Verfahren
- } Photogrammetrische V.
- } Nivellier-Verfahren

6.4 Messverfahren zur Erfassung von Situationen und Geländeform

6.4.1 Rasteraufnahme

Rasteraufnahmen sind Aufnahmen von Geländeschnitten, die sich rechtwinklig schneiden. Die Rastermaschen können quadratisch oder rechteckig sein. Rasterlinien werden vor der Bauausführung meist in lokalen Koordinaten versichert.

6.4.2 Längenprofilaufnahme

Das Längenprofil beschreibt den Geländeverlauf in der Projektachse (Horizontalachse). In der Regel werden nur Höhen in den Profilpunkten (bodeneben) bestimmt, ausser bei markanten Geländeunstetigkeiten.

6.4.3 Querprofilaufnahme

Die Querprofilrichtungen liegen immer im rechten Winkel zur Tangente der Projektachse. Die Aufnahmen sollen detailliert sein, d.h. das Profil soll Informationen enthalten, die für die Projektierung wichtig sind (Mauerstärken, Material, Felsen etc.).

6.5 Genauigkeitsforderungen und Kontrollen

6.5.1 Amtliche Vermessung

Die Amtliche Vermessung in der Schweiz unterscheidet fünf (methodenunab.!) Toleranzstufen:

TS 1: Stadtgebiete

TS 2: Überbaute Gebiete und Bauzonen

TS 3: Intensiv genutzte Land- und Forstwirtschaftsgebiete

TS 4: Extensiv genutzte Land- und Forstwirtschaftsgebiete

TS 5: Alpengebiete und unproduktive Gebiete

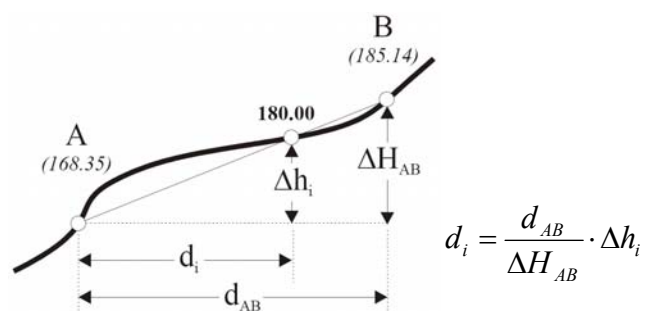
6.5.2 Bauwesen

Auch hier können verschiedene Fälle ausgemacht werden:

- Aufnahmen, die als Grundlage für die Projektierung dienen: Geländedarstellung ≤ 20 cm, bestehende bauliche Anlagen ≤ 5 cm
- Aufnahmen von fertig gestellten Anlagen zur Nachführung RIS/GIS, der amtlichen Vermessung und der Landkartenwerke: Genauigkeitsforderungen der amtlichen Vermessung
- Aufnahmen / Abnahmen von Bauteilen, Endabnahmen: je nach Bauteil ≤ 1 mm bis ≤ 3 cm
- Bestandsaufnahmen / Ausführungswerke / Werkdokumentationen: objektabhängig zwischen ≤ 1 cm bis ≤ 5 cm

6.6 Konstruktion von Geländeformen mittels kartierten Detailpunkten

Höhenlinien zwischen zwei Punkten mit bekannten Höhen und bekannter Horizontalabstand können mit dem Strahlensatz berechnet werden:



6.7 Darstellung von Informationen in Plänen und Karten

6.7.1 Definitionen

Bei *Plänen* erfolgt die Darstellung lagetreu, selbst bei teilweise generalisierten Plänen „grosser“ Massstäbe wie 1:10'000 oder 1:2'500. *Karten* dagegen sind mit Signaturen stark generalisiert und deshalb nicht mehr lagetreu. Landeskarten haben Massstäbe von 1:25'000 und grösser.

6.7.2 Topographie und Situation

Höhenlinien (auch: Schichtlinien, Niveaukurven, Isohypsen) verbinden Geländepunkte gleicher Höhe. Sie haben gleiche vertikale Abstände zueinander, die sogenannte Schichthöhe oder Äquidistanz. Je steiler das Gelände, umso näher liegen die Höhenlinien im Grundriss. In der Regel wird jede 5. Höhenlinie mit ihrem Wert beschriftet.

Zwischenlinien zwischen zwei Höhenlinien werden nur verwendet, wenn die Geländeform unsteilig (asymmetrisch) verläuft oder in sehr flachem Gelände.

Höhenkoten sind zusätzlich punktuelle Höhenangaben (z.B. Bergspitze).

Schraffen werden in sehr steilem Gelände, z.B. Felsen oder Böschungen, verwendet.

Geländehöhen werden immer kursiv geschrieben; sie sind bestehende Höhen. *Projekthöhen* sind dagegen senkrecht zu schreiben. *Fixpunkte* werden auf „cm“ genau angegeben, genauso alle anderen eindeutig definierten Punkte (z.B. Schächte). Nicht eindeutig definierte Punkte (z.B. Wiesen) werden auf „dm“ genau notiert.

Signaturen werden für Objekte verwendet, die zu klein sind um metrisch abgebildet zu werden. Bei Felszeichnungen werden nur Begrenzungsbereiche und Gerippe- und Kantenlinien erfasst und dargestellt.

6.8 Digitales Geländemodell

Geländelinien sind Verbindungen von Einzelpunkten. Es werden zwei Typen unterschieden: *harte Bruchkanten* und *weiche Strukturlinien*. Bruchkanten entstehen infolge Kunstbauten, Böschungen etc. und werden als Zusatzinformation erfasst. Strukturlinien sind unscharfe Übergänge zwischen verschiedenen geneigten Teilflächen. *Grat- oder Tallinien* sind spezielle Arten von Bruchkanten und beschreiben das Zusammenstossen zweier Teilflächen entlang von Falllinien. *Falllinien* sind spezielle Strukturlinien, welche den Verlauf der grössten Flächenneigung anzeigen. Unter *Vermaschung* versteht man die Verbindung einzelner Datenpunkte zu kleinen

geschlossenen Flächen, die zusammen ein diskretisiertes Modell des realen Terrains bilden. Geländemodelle können als *Gitter* dargestellt werden – dieses ist einfach zum rechnen, kann aber

spitze Geländeformen nur unzulänglich darstellen. Die *Dreiecksvermaschung* ist geeigneter, weil sie besser an das Gelände angepasst werden kann. Deswegen wird sie heute auch häufiger eingesetzt.

7. ABSTECKUNG

7.1 Grundlagen und Methodik

Absteckung heisst, ein geometrisch definiertes Objekt in die Realität übertragen.

Bei grösseren Projekten sind oftmals bauachsenbezogene *Fixpunktnetze* zweckmässig. Die Absteckungen basieren dann auf diesen Fixpunkten. Die örtliche Markierung eines Punktes (X,Y und Z-Koordinaten) wird *Punktversicherung* genannt. Sollte die Punktversicherung sehr aufwendig sein oder der Punkt gefährdet sein (Baustelle!), so empfiehlt sich eine Punktrückversicherung, d.h. eine rückwärtige Versicherung der Punktversicherung.

Nach jeder Absteckung ist eine unabhängige Kontrolle unerlässlich, um grobe Fehler aufzudecken. Jede Absteckungsarbeit ist zu dokumentieren!

7.2 Abstecken von Richtungen

7.2.1 Fluchten

Das Fluchten kann von Auge oder mit einem Messfernrohr erfolgen. Wird ein Messfernrohr verwendet, so wird die Fluchtgerade durch die Ziellinie des Fernrohrs realisiert. Liegen die Punkte auf ungleicher Höhe oder muss eine Gerade verlängert werden, so müssen die Messungen in beiden Fernrohrlagen erfolgen um die Zielachsabweichungen zu eliminieren.

7.2.2 Visieren (Höhenabsteckungen)

Beim Einvisieren werden Punkte in einer beliebig geneigten Ebene ausgerichtet (höhenmässig abgesteckt). Bei Verwendung eines Messfernrohrs wird nur mit dem Horizontalfaden der Strichplatte visiert. Beim Visieren mit freiem Auge beschränkt man sich in der Regel auf das Einvisieren von Zwischenpunkten, also auf eine Verdichtung, oder auf die Überprüfung eines abgesteckten Vertikalverlaufes.

7.2.3 Lotung von Punkten

Ziel ist die Übertragung eines bekannten Punktes nach oben oder unten entlang der Vertikalen. Bei Präzisionslotungen sind unbedingt die Einflüsse der Lotabweichung und der Refraktion zu beachten. Bei der *mechanischen Lotung* wird ein Lotgewicht an einem Draht oder Schnur befestigt.

Mit dieser Methode lassen sich Punkte bis zu einer Höhendifferenz von 100 m mit einer Genauigkeit von ≤ 1 cm übertragen. Mit zunehmender Pendellänge verursachen Schwingungen (z.B. infolge eines Luftzuges) zu grosse Probleme. *Optische Lote* sind diesen Schwingungen gegenüber unempfindlich und haben darum eine Genauigkeit von bis zu 0.5 mm auf 100 m. Die zentrische Zielachse fällt bei optischen Lotgeräten mit der Vertikalachse des Instrumentes zusammen.

7.3 Abstecken von Ebenen

7.3.1 Horizontale Ebenen

Durch das Abstecken mit Nivellieren kann die Ebene durch diskrete Z-Koordinaten beschrieben werden; bei flächenmässig begrenzten Objekten ist $Z = H$. Mit Rotationslasern kann die Ebene durch einen rotierenden Strahl beschrieben werden. Bei Verwendung von Lasern im nicht sichtbaren Bereich ist für die Erfassung des Laserstrahls ein Sensor erforderlich. Auch mit einer Schlauchwaage können horizontale Ebenen abgesteckt werden.

7.3.2 Vertikale Ebenen

Für diese im Hochbau oft vorkommende Aufgabe werden Rotationslaser eingesetzt, die eine nicht mehr durch das Zentrum des Geräts gehende Vertikalebene erzeugen.

7.3.3 Geneigte Ebenen

Die Absteckung geneigter Ebenen ist im Verkehrswegbau die Regel. Die Detailprojektierung einer Strasse erfolgt in den Querprofilen. Demzufolge werden die Höhenangaben nur in den Profilen angegeben. Die Ebene zwischen zwei Profilen wird durch vier Höhenangaben definiert. Die Absteckung kann mit Nivellieren oder mit dem Tachymeter erfolgen. Bei Ebenen mit konstanter Neigung können auch Rotationslaser eingesetzt werden.

7.4 Abstecken von 1D- bis 3D-Koordinaten

Heute erfolgt die Absteckung meist mit einem elektronischen Tachymeter oder mit Realtime-GPS (RTGPS)

7.4.1 Polare Verfahren

Das polare Abstecken erfolgt mit einem elektronischen Tachymeter von einem koordinatenmässig bekannten Punkt aus. Aus den Projektkoordinaten werden die Absteckelemente entweder vorgängig im Büro oder direkt im Feld berechnet. Zur Orientierung des Teilkreises sollten mindestens 2 Anschlusspunkte verwendet werden.

Motorisierte Tachymeter verfolgen den Reflektor automatisch. Tachymeter mit der Funktion *Distanz-Tracking* liefern kontinuierlich Korrekturwerte, um welche der Reflektor verschoben werden muss, sobald die erste Messung erfolgt ist. *Tracklight* ist eine weitere Hilfe: ein Strahlenbündel aus verschiedenen Farben zeigt dem Messhilfen, in welchem Sektor er sich befindet.

7.4.2 Freie Stationierung

Die vorhandenen Fixpunkte ermöglichen oft nur eine ungenügende Visur auf die abzusteckenden Punkte. Dann ist es sinnvoller, einen Stationspunkt im Gelände zu wählen, der genügend günstig gelegene Anschlusspunkte für die Bestimmung aufweist und von dem aus möglichst viele Punkte abgesteckt werden können.

7.4.3 Realtime-GPS

Differentielles GPS mit Phasenmessung erreicht die erforderlichen Genauigkeiten. Der Referenzempfänger wird auf einem koordinatenmässig bekannten Punkt aufgestellt, und mit einem weiteren Empfänger – dem Rover – werden die gesuchten Punkte abgesteckt. Um im differentiellen Modus

arbeiten zu können, muss eine Datenverbindung zwischen Referenzempfänger und Rover bestehen. Der Referenzempfänger sendet die Phasen zum Rover. Der Rover rechnet die Koordinaten der Messwerte und vergleicht diese mit den abzusteckenden Koordinaten.

7.5 Schnurgerüst

Hierbei handelt es sich um ein Gerüst ausserhalb der Baugrube, auf dem die Bauachsen versichert sind. Zwischen den Versicherungen werden Schnüre oder Drähte gespannt, welche die Bauachsen visualisieren.

Die Bauherrschaft / Bauleitung legt in einer Absteckungsskizze die abzusteckenden Hauptachsen fest. Die Achsen werden auf dem Schnurgerüst versichert (evtl. rückversichert). Die Baupolizei kontrolliert die Absteckung, danach erfolgt die Übergabe der Absteckung an die Unternehmung. Das Schnurgerüst muss stabil sein. Die Laden sollen möglichst horizontal und rechtwinklig zueinander stehen. Achsen sind mit Farbe zu kennzeichnen und zu beschriften.

Als zweckmässige Verfahren kommen nur das polare und das GPS-Verfahren zum tragen. Moderne Tachymeter verfügen über Schnurgerüstprogramme. Dabei können Achsen definiert werden und der Tachymeter berechnet jeweils den Abstand, den der Reflektor zu dieser aufweist (d.h. den Korrekturwert).

Nach der Absteckung aller Achsen sind unbedingt unabhängige Kontrollmessungen durchzuführen.

8. INSTRUMENTE DER GEODÄTISCHEN MESSTECHNIK

9.1 Optik geodätischer Instrumente

Bei der Richtungsmessung werden Winkel zwischen Lichtstrahlen gemessen; bei der Streckenmessung werden Laufzeiten von Lichtstrahlen in der Atmosphäre bestimmt. Licht kann als Welle verstanden werden. Die Wellenlängen des sichtbaren Lichts reichen vom Violett bei etwa 390 nm bis zum Rot bei 780 nm. Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum beträgt $c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8$ m/s.

9.1.1 Reflexionsgesetz

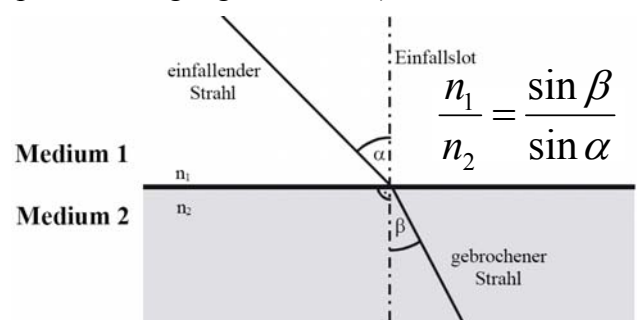
Das Reflexionsgesetz besagt, dass der Einfallswinkel gleich dem Austrittswinkel ist. Dies ist stark vereinfacht, denn ein Teil der Strahlung tritt erst in das Medium ein und wird dann reflektiert → Distanzmessung ohne Reflektor). Raue Oberflächen reflektieren diffus; die Strahlen werden in verschiedene Richtungen reflektiert.

9.1.2 Brechungsgesetz

Das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 zur Geschwindigkeit in einem Medium c_x heisst *Brechungsindex* n :

$$n = c_0 / c_x \quad [\text{Glas: } 1.5]$$

Die nachfolgende Abbildung zeigt das *Brechungsgesetz von Snellius*. Die Ablenkung wird also vom Brechungsindex und damit auch von der Wellenlänge λ ab – dies wird als Dispersion ($n = n(\lambda) \rightarrow$ Spektralzerlegung mit Prisma) bezeichnet.



9.1.3 Totalreflexion und Absorption

Wird beim Übergang von einem dichteren in eine dünneres Medium der Einfallswinkel des Lichtstrahls immer grösser, erreicht man eine Stelle, ab welcher der Lichtstrahl längs der Begrenzungsfläche verläuft. Dies ist der *Grenzwinkel der Totalreflexion*. Wird der Einfallswinkel noch grösser, ist ein Austritt nicht mehr möglich, der Strahl wird *total reflektiert*.

Im Verlauf des Lichtweges *absorbiert* jedes Medium je nach Eigenart mehr oder weniger Licht – die Luftzusammensetzung (insbes. Wasserdampfgehalt) beeinflusst also die Reichweite von EDMs.

9.1.4 Optische Komponenten

Mit *Reflexionsprismen* lassen sich – durch Totalreflexion oder Reflexion an polierten Flächen – mehrfache Reflexionen erreichen.

Das *Pentaprisma* ermöglicht eine rechtwinklige Ablenkung des Zielstrahles.

Beim *Reflektor (Prismenreflektor)* wird jeder einfallende Strahl parallel zu sich selber reflektiert. Der optische Weg im Prisma ist in erster Näherung unabhängig vom Einfallswinkel.

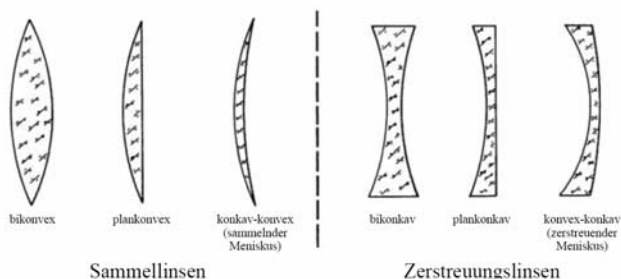
Die *planparallele Platte* wird zum Parallelversatz eines Zielstrahles eingesetzt. Die Parallelversetzung q berechnet sich aus dem Brechungsindex n , der Dicke der Platte d und dem Einfallswinkel α zur Flächennormalen hin:

$$q \approx \frac{n-1}{n} \cdot d \cdot \tan \alpha$$

Der *optische Keil* dient zur Erzeugung kleiner konstanter Ablenkungen. Die Ablenkung δ berechnet sich aus dem brechenden Keilwinkel γ und dem Brechungsindex des Keils:

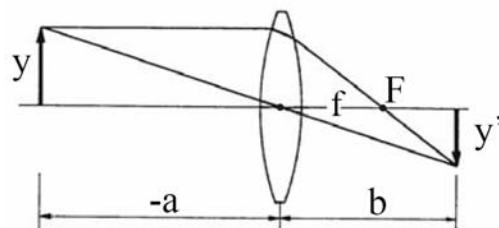
$$\delta \approx (n - 1) \cdot \gamma$$

Bei den *optischen Linsen* werden zwei Typen unterschieden: Sammellinsen (paralleles Licht konvergiert beim Linsendurchgang) und Zerstreuungslinsen (paralleles Licht divergiert beim Linsendurchgang):



Bei konvexen Linsen ist die Brennweite $f > 0$, bei konkaven Linsen ist $f < 0$. Die Linsengleichung gilt aber für beide Arten: Dabei ist f die Brennweite, a die Gegenstandsweite, b die Bildweite, y die Gegenstandsgrösse und y' die Bildgrössen:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f} \quad \text{und} \quad \frac{y}{a} = \frac{y'}{b}$$



9.1.5 Abbildungsfehler von Linsen

Abbildungsfehler heissen *Aberrationen*. Aufgrund der Dispersion erfolgt die Strahlbrechung beim Durchgang durch eine optische Linse unterschiedlich stark. Somit entstehen für die einzelnen Spektralfarben *Zerstreuungskreise* – dieser Abbildungsfehler wird *chromatische Aberration* genannt. Er lässt sich durch eine Kombination von Gläsern unterschiedlicher Dispersion (Achromate bzw. Apochromate) ausschalten. Freiheit von Farbfehlern nennt man *Achromasie*.

Randstrahlen eines auf die Linsen fallenden grösseren Strahlenbündels schneiden sich in einem anderen Punkt als die Zentralstrahlen. Somit wird ein Objektpunkt als *Zerstreuungskreis* abgebildet. Dies nennt man *sphärische Aberration*, welche mit Blenden resp. Linsenkombinationen eingeschränkt werden kann.

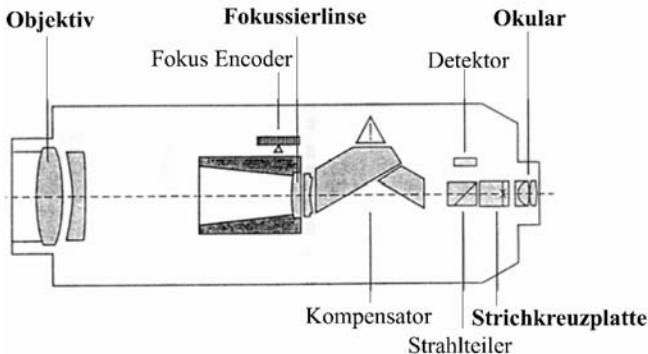
Unter *Astigmatismus* versteht man die Nichtpunktförmigkeit der Abbildung eines punktförmigen Objektes, unter *Bildfeldwölbung* die mit dem Abstand von der optischen Achse einer Linse wachsende Wölbung des Bildes einer achsenwinkelrechten Ebene. Beide Fehler werden durch entsprechende Wahl von Krümmungsradien, Dicken und Brennzahlen sowie Anordnung der Abstände korrigiert. Solche korrigierten Systeme nennt man *Anastigmaten*.

Weitere Abbildungsfehler sind *Koma*, kometenförmig verzerrtes Bild eines ausserhalb der optischen Achse liegenden Objektpunktes, und die *Verzeichnung* infolge der Zunahme (kissenförmige Verzeichnung) oder Abnahme (tonnenförmige Verzeichnung) des Bildmassstabes von der Bildmitte zum Bildrand. Bei geodätischen Fernrohren wird die Verzeichnung durch Zusammenstellen von Linsen mit verschiedenen Krümmungsradien, Brechzahlen und Dicken korrigiert.

9.2 Geodätisches Messfernrohr

Das *Objektiv* wirkt wie eine Sammellinse, es entwirft vom Objekt ein reelles umgekehrtes Bild, welches nun mit dem *Okular* als Lupe vergrössert betrachtet. Dazu muss das Bild innerhalb der Okularbrennweite liegen. Darum wird das Bild in den

vorderen Brennpunkt des Okulars gebracht, wo sich auch die *Strichkreuzplatte* befindet. Das Bild des Objektes wird nun mit der Strichkreuzplatte zur Deckung gebracht. Mit dem Hinzufügen der Strichkreuzplatte wird aus einem Fernrohr ein Messfernrohr.



Während früher ein ausziehbarer Tubus zum Fokussieren verwendet wurde, wird heute die *Innenfokussierung* mit einer verschiebbaren konkaven Zwischenlinse mit grosser Brennweite verwendet.

Unter der *optischen Achse* eines Fernrohrs versteht man die Verbindungslinie aller Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen eines optischen Systems. Bei Fernrohren mit Innenfokussierung ist die *Zielachse* die Verbindungsgerade eines unendlich entfernten Punktes mit dem jenseits des Strichkreuzes befindlichen objektseitigen Brennpunktes des Objektivs. Die Zielachse ist die Asymptote an die Ziellinie. Vom Objektiv wird ein Bild des Strichkreuzes in den Objektraum projiziert, das sich beim Bewegen der Fokussierlinse auf einer Kurve – idealerweise eine Gerade, real aber eine Hyperbel – bewegt. Dies bezeichnet man als *Ziellinie*. Die zweidimensionale hyperbel-förmige Ziellinienfunktion, welche nicht parallel zur Zielachse verläuft, ergibt einen Fehler, der sich durch Messungen mit dem Theodoliten in zwei Lagen eliminieren lässt.

9.3 Menschliches Auge und Sehsinn

Das menschliche Auge ist mit dem Aufbau einer CCD-Kamera vergleichbar. Die Fokussierung geschieht jedoch nicht durch Abstandsänderung des Objektivs, sondern durch Änderung der Brennweite der Augenlinse, indem diese durch den Ziliarmuskel mehr oder weniger gekrümmt wird. Der Sehvorgang ist als Abtastvorgang mit sehr schnellem Scan- und Blickfolgebewegungen anzusehen.

9.4 Instrumente zur Neigungsmessung

Neigungsmesser werden eingesetzt, um die lokale Lotrichtung zu bestimmen, welche für die meisten Messungen massgebend ist.

9.4.1 Flüssigkeitssensoren

Die einfachste Form eines Flüssigkeitssensors ist der Flüssigkeitshorizont.

Für Grobeinstellungen dienen meist *Dosenlibellen*. Dabei handelt es sich um Glaskörper, welche durch eine Metalleinfassung geschützt sind und bis auf eine Blase von ca. 2 mm Durchmesser mit Äther oder Alkohol gefüllt sind. Das Deckglas dient als Lauffläche für die Gasblase. Auf der Innenseite des Deckglases ist ein Einstellkreis eingraviert. Dosenlibellen wirken in allen Richtungen.

Röhrenlibellen wirken nur in Längsrichtung. Sie bestehen aus zylindrischen Röhren, welche tonnenförmig ausgeschliffen sind. Die Oberseite trägt eine Teilung mit Strichen im Abstand von 2 mm – dieser Abstand heisst *pars*. Sie verfügen ebenfalls über die Luftblase in Ätherfüllung. Röhrenlibellen sind genauer als Dosenlibellen.

Eine Sonderform der Röhrenlibelle ist die *Koinzidenzlibelle* – sie weist keine Teilung auf, sondern durch eine zusätzliche Prismenoptik werden die Hälften der Blasenenden nebeneinander abgebildet.

Flüssigkeitssensoren mit elektrischem Abgriff werden ebenfalls eingesetzt. Sie können mit kapazitivem Abgriff oder durch die Erfassung der Position eines reflektierten Lichtpunktes auf einem positionsempfindlichen Detektor die Neigung des Systems erfassen.

9.4.2 Pendelsysteme

Die einfachste Form des Pendels ist das faden- oder bandgehängte *Vertikalpendel*. Da es bei Pendelsystemen in geod. Instrumenten erwünscht ist, dass sie nur in einer Richtung schwingen, sind viele Lotsensoren als *Doppelpendel* ausgeführt. Mittels Fünfbandaufhängung kann die seitliche Bewegungsmöglichkeit eines Doppelpendels weiter eingeschränkt werden (der fünfte Faden verhindert die Rotation des Pendelkörpers).

Eine weitere Bauform stellt das *Horizontalpendel* dar, dessen Empfindlichkeit eine Funktion der Querneigung i der Drehachse ist.

9.4.3 Elektronische Neigungsmesser

Hauptbestandteil eines elektr. Neigungsmessgerätes ist der mechanische Lotsensor. Neigungen werden als Position des Sensors in einem Bezugssystem (Pendelrahmen oder Flüssigkeitsbehälter) erfasst. Während dieses Verfahren als „geometrische Neigungsmessung“ bezeichnet wird, wird beim „dynamischen Neigungsmessverfahren“ (kraftmessende Verfahren) ein Pendel in der Ausgangsposition festgehalten und mit der nötigen Rückstellkraft s

$$s = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$$

die Neigung ermittelt. Bei beiden Verfahren wird die Position oder Kraft in ein elektronisches Signal überführt.

9.5 Nivellierinstrumente

Ein Nivellierinstrument ist ein an einen Lotsensor gekoppeltes Fernrohr, so dass die Zielachse mit der Tangente an die Lotlinie einen rechten Winkel einschliesst. Man unterscheidet zwischen Libellennivellieren und Kompensatornivellieren resp. zwischen optischen Nivellieren und Digitalnivellieren.

9.5.1 Nivelliere mit Röhrenlibellen

Nivelliere mit Röhrenlibellen zeichnen sich durch geringe Abhängigkeit von elektrischen und magnetischen Feldern aus. Auch stören Bodenerschütterungen die Messungen nicht allzu stark. Das Messfernrohr wird mithilfe einer Röhrenlibelle oder Koinzidenzlibelle (bei hoher Genauigkeitsforderung) ausgerichtet.

9.5.2 Kompensatornivelliere

Der Kompensator soll den Einfluss kleiner Neigungen der optischen Achse auf die Auslenkung des Zielstrahls ausschalten. Drei Bauformen haben sie bewährt: *Pendel* (pendelnd aufgehängter Spiegel), *Gelenkviereck* (im Gelenkviereck aufgehängtes Prisma) und *Kreuzfedergelenk* (alle Leica-Systeme).

Als *Kompensatoreinspielabweichung* bezeichnet man die Genauigkeit, mit der ein Kompensator nach Auslenkung wieder in seine Ausgangslage einspielt (Größenordnung: 0.1'' bis 0.6'').

Von *Hysterese* spricht man, wenn der Kompensator unterschiedliche Ruhelagen in Abhängigkeit von der Richtung der vorhergehenden Auslenkung annimmt.

Als *Kompensatorrestabweichung* bezeichnet man die Abweichung der korrigierten Instrumentenneigung von der tatsächlichen Neigung.

9.5.3 Digitalnivelliere

Digitalnivelliere sind eine Kombination von digitaler Kamera und Kompensatornivellier, weshalb auch weiterhin eine optische Ablesung möglich ist, da der Zielstrahl einerseits den üblichen Strahlengang durchläuft, andererseits durch den Teilerwürfel auf den CCD-Sensor gelenkt wird.

Beim *Leica-Digitalnivellier NA2000* basiert die Auswertung auf einer zweidimensionalen Korrelation des Lattencodes: Der Höhenunterschied Instrument – Messlatte stellt sich als vertikale Verschiebung des Codes dar. Die Abbildungsmassstäbe ändern sich mit der Distanz, was sehr auf-

wendige Rechnungen provoziert. Deshalb wird eine erste Näherung der Distanz aus der Position der Fokussierlinse gerechnet.

Bei *Topcon-Modellen* wird ein Code mit drei ineinandergeschachtelten Einzelinformationen verwendet. Aus Frequenz und Phasenlänge der drei Codemuster werden Distanz und Höhe ermittelt. *Zeiss-Digitalnivelliere* funktionieren über eine Bi-Phasenmessung aus, wobei zuerst eine Grob- und anschließend eine Feinmessung erfolgt.

9.5.4 Rotationsnivelliere

Für Flächennivellements werden Rotationsnivelliere eingesetzt, welche einen in beide Ebenen wirkenden Kompensator eingebaut haben, in dem eine Laserdiode eingebaut ist. Die horizontale Ebene wird durch ein rotierendes Pentaprisma erzeugt, dessen Geschwindigkeit reguliert werden kann. Mit Zusatzeinrichtung können auch geneigte und vertikale Ebenen generiert werden.

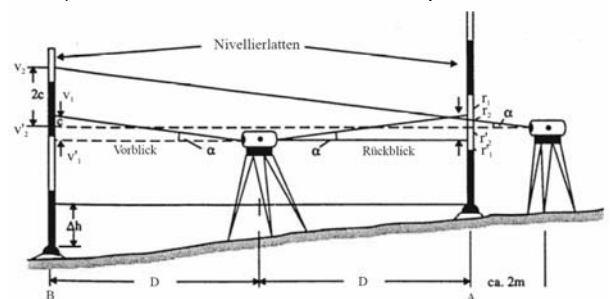
9.5.5 Prüfen und Justieren von Nivellieren

Es existieren drei Verfahren:

- 1) *Aus der Mitte und exzentrisch*: Ein fester Höhenunterschied wird zweimal gemessen, einmal „aus der Mitte“ (Distanz Rück und Vor bis auf ca. 1 m gleich lang!) und einmal „exzentrisch“ (2.5 m von einer Latte entfernt). Der Zielachsfehler eliminiert sich bei der Messung „aus der Mitte“, der Höhenunterschied Δh_{Mitte} kann direkt berechnet werden. Bei der Messung „exzentrisch“ nimmt man an, dass r_2 fehlerfrei ist aufgrund der kleinen Distanz. v_2 muss hingegen korrigiert werden:

$$v_2' = r_2 + \Delta h = r_2 + r_1 - v_1$$

Nun kann $\Delta h_{\text{exzentrisch}}$ ebenfalls berechnet werden. Falls Δh_{Mitte} und $\Delta h_{\text{exzentrisch}}$ übereinstimmen, ist das Nivellierinstrument justiert.

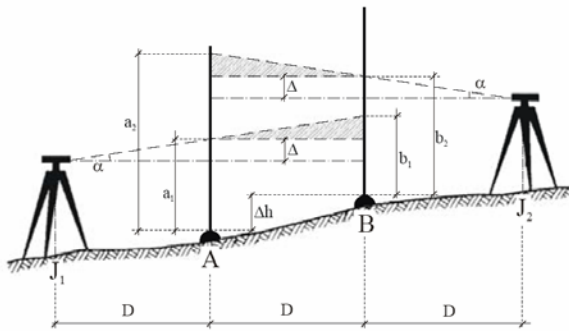


- 2) *Nivellierprobe nach Näbauer*: Eine 45 bis 60 m lange Strecke wird in drei gleich lange Abschnitte unterteilt. An den Endpunkten wird jeweils das Messinstrument aufgestellt und von den Latte A und B die Werte 1 und 2 für die Höhen abgelesen. Der fehlerfreie Höhenunterschied zwischen A und B ergibt sich aus:

$$\Delta h = (a_1 - \Delta) - (b_1 - 2\Delta) = (a_2 - 2\Delta) - (b_2 - \Delta)$$

$$a_2 = a_1 - b_1 + 2\Delta + b_2$$

Das Instrument ist justiert, wenn $\Delta = 0$ ist. Ansonsten muss das Strickkreuz verschoben werden, bis dies eintrifft.



- 3) *Nivellierprobe nach Förstner*: Das Verfahren von Förstner ist identisch mit demjenigen von Näbauer, aber die Position der Latten und Instrumentenstandpunkte sind vertauscht.

9.6 Theodolit

Mit dem Theodoliten werden Richtungen und Winkel gemessen.

9.6.1 Achsenbedingungen

Folgende Achsenbedingungen müssen eingehalten werden:

1. Zielachse \perp Kippachse (sonst: Zielachsabw.)
 2. Kippachse \perp Stehachse (sonst: Kippachsabw.)
- Kipp-, Ziel- und Stehachse sollen sich weiter in einem Punkt schneiden. Zielachsabweichung und Kippachsabweichung können durch Messung in 2 Lagen eliminiert werden!

9.6.2 Zielachsabweichung c

Zu einem Punkt am Horizont (Zenitwinkel ≈ 100 gon) wird die Richtung A in beiden Lagen (I und II) gemessen. Die Zielachsabweichung c beträgt:

$$c = \frac{A_{II} - A_I - 200 \text{ gon}}{2}$$

9.6.3 Kippachsabweichung i

Mit dem horizontalisierten Theodoliten wird ein hochgelegener Punkt mit Zenitwinkel z angezielt und die Richtung A in beiden Lagen (I und II) abgelesen. Die Kippachsabweichung i ist nun:

$$i = \frac{1}{2} \left(A_{II} - A_I - \frac{2c}{\sin(z)} \pm 200 \text{ gon} \right) \cdot \tan(z)$$

9.6.4 Stehachsschiefe

Die Stehachsschiefe ist keine instrumentenbedingte Abweichung, sondern eine Folge der schlechten Horizontierung. Sie kann darum auch nicht durch Messen in 2 Lagen eliminiert werden!

9.6.5 Exzentrizität der Zielachse

Falls sich Stehachse und Zielachse nicht schneiden, spricht man von Exzentrizität der Zielachse. Sie wird durch Messen in 2 Lagen eliminiert.

9.6.6 Kompensatoren und elektronische Neigungssensoren

Auch bei Theodoliten werden Kompensatoren eingebaut und übernehmen die Funktion der Höhenindexlibelle, welche die Stehachsneigung in Messrichtung kompensieren.

Neuere Präzisionsinstrumente besitzen einen elektronischen 2-Achsenkompensator (Neigungssensor), um den Einfluss der Querneigung zu eliminieren. Ebenfalls können Flüssigkeitskompensatoren oder Pendelkompensatoren eingesetzt werden.

9.7 Mechanische Distanzmessung

Strichmassstäbe weisen eine durchgehende Strichteilung (cm oder mm) auf, Endmassstäbe bzw. Strichendmasse tragen keine lediglich einen Anfangs- und Endstrich. Messbänder haben einen Querschnitt von (13 mm x 0.2 mm). Die Messgenauigkeit liegt im cm-Bereich, kann aber mittels exakter Kalibrierung, konstanter Zugspannung (50 N), Durchhangkorrektur und Temperaturkorrektur um eine 10er-Potenz gesteigert werden. Die Temperaturkorrektur k_T [mm] lautet:

$$k_T = \alpha_T \cdot (T - T_0) \cdot e$$

α_T ist der Ausdehnungskoeffizient [mm/m pro °C], T die Messtemperatur, T_0 die Bezugstemperatur und e die Streckenlänge.

9.8 Elektronische Distanzmessung (EDM)

Bei der elektronischen Distanzmessung wird ein Signal von einem Sender ausgesendet, über die Distanz geschickt und von einem Empfänger empfangen. Die Signallaufzeit multipliziert mit dem Wert der Lichtgeschwindigkeit im Ausbreitungsmedium ergibt die Distanz. Die einzelnen Formen der elektronischen Distanzmessung unterscheiden sich dadurch, wie ein Signal über die zu messende Distanz geschickt wird, d.h. ob, und wenn ja in welcher Weise dieses einer elektromagnetischen Trägerwelle aufmoduliert wird. Als Träger fungieren Mikrowellen (elektronische Distanzmessung) oder Lichtwellen (elektrooptische Distanzmessung). Für spezielle Anwendungen kann auch Ultraschall angewendet werden.

9.8.1 Modulationsformen und Wellenbereiche

Bei der *Amplitudenmodulation* ändert sich die Amplitude der Trägerschwingung mit dem Modulationssignal. Bei der *Phasenmodulation* ändert sich die Phasenlage der Trägerschwingung in Abhängigkeit vom Modulationssignal, bei der *Frequenzmodulation* die Frequenz, wobei sich beide mathematischen Beschreibungen ineinander überführen lassen. Bei der *Polarisationsmodulation* werden die Polarisations-eigenschaften der ausge-

sendeten Welle in funktionaler Abhängigkeit zur Modulationsfrequenz geändert.

Zwei Wellenbereiche sind für die geodätische Entfernungsmessung von grosser Relevanz: *sichtbares Licht* und angrenzender Bereich der *kurzwelligigen Infrarotstrahlung* (mit $0.4 - 1.3 \mu\text{m}$ für elektrooptische Distanzmesser) sowie ein Ausschnitt aus dem Bereich der *Radiowellen* $\lambda_1 = 0.1905 \text{ m}$ und $\lambda_2 = 0.2445 \text{ m}$ für Mikrowellen des NAVSTAR-GPS.

Das Zusammenwirken von Streuung und Absorption nennt man Extinktion. Die funktionale Beziehung zwischen Intensitätsverlust und Extinktion wird durch den Extinktionskoeffizienten z beschrieben, der mit der Zahl der streuenden und absorbierenden Partikel pro Volumeneinheit zunimmt:

$$z \sim \lambda^{-4}$$

9.8.2 Entfernungsmessung durch Lichtinterferenz

Bei diesem hochpräzisen Verfahren bedient man sich der Lichtinterferenz zur hochpräzisen Entfernungsmessung. Unter Interferenz ist hier die Überlagerung zweier räumlicher und zeitlich kohärenter Lichtwellen zu verstehen.

9.8.3 Impulsmessverfahren

Beim Impulsmessverfahren sendet der Sender nur während sehr kurzer Zeit und das gesamte Wellenpaket dient als Messsignal (Puls). Misst man die Laufzeit t eines Impulses, der zum Reflektor und wieder zum Empfänger läuft, so ergibt sich die Distanz d zum Reflektor:

$$d = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_0}{n} \cdot t$$

n ist dabei der Brechungsindex des Ausbreitungsmediums. Das Verfahren zeichnet sich durch seine grosse Reichweite (energiereicher Impuls) aus, problematisch sind u.a. atmosphärische Einflüsse (Impulsdeformation).

9.8.4 Phasenvergleichsverfahren

90% aller EDM arbeiten nach dem Phasenvergleichsverfahren. Hierbei wird das Messergebnis von einer Massstabwellenlänge abgeleitet. Ein Schwingungsvorgang mit der Frequenz f erzeugt daher die Massstabwellenlänge

$$\lambda = \frac{c_0}{n \cdot f}$$

Einer kontinuierlich ausgestrahlten Trägerwellenlänge wird ein sinusförmiges Signal aufmoduliert (Amplitudenmodulation). Bei der Amplitudenmodulation wird das Licht in seiner Intensität mit der Modulationsfrequenz verändert. Diese ausgestrahlte Messwelle kehrt phasenverschoben zum Empfänger zurück. Die Distanz d setzt sich aus

den ganzzahligen Vielfachen N der Modulationswellenlängen λ und einem funktional durch die Phasenverschiebung auszudrückenden Wellenreststück $\Delta\lambda$ aus der gemessenen Phasenverschiebung $\Delta\varphi$ zusammen:

$$d = \frac{1}{2} \cdot (N \cdot \lambda + \Delta\lambda) \quad \text{wobei} \quad \Delta\lambda = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \lambda$$

9.8.5 Instrumentell bedingte Korrekturen

Aufgrund des Unterschiedes zwischen äusserem und innerem Lichtweg einer Instrument-Reflektor-Kombination ist eine von der Geometrie dieser Kombination abhängige *Additionskorrektur* k_{Addition} anzubringen. Es werden drei Punkte A, B und C zwangszentriert in einer strengen Geraden aufgestellt und die Distanzen AB, BC und AC gemessen. Die Additionskonstante lautet nun:

$$k_{\text{Addition}} = AC - (AB + BC)$$

Beim Phasenvergleichsverfahren kann es vorkommen, dass die Modulationsfrequenz f von der Sollfrequenz f_{Soll} (= Bezugfrequenz) infolge Alterung oder Temperaturabhängigkeit des frequenzerzeugenden Bauteils abweicht. Dann muss die Rohdistanz d_{roh} wie folgt *frequenzkorrigiert* werden:

$$d_f = d_{\text{roh}} + k_{\text{Frequenz}} \cdot d_{\text{roh}} \quad \text{mit} \quad k_{\text{Frequenz}} = \frac{f_{\text{Soll}} - f}{f}$$

k_{Frequenz} wird oft in [ppm] = pars per million angegeben. Der Betrag sollte dabei 5 ppm nicht überschreiten

Die *meteorologische Korrektur* beruht auf einer Abweichung des tatsächlichen Brechungsindex n von dem der Normatmosphäre infolge von Temperatur-, Luftdruck- und Feuchteänderungen. Sie ist streng genommen nicht eine vollständig instrumentell bedingte Korrektur. Eine gemessene Distanz d_{roh} muss mit der Meteorokorrektur k_{Meteo} wie folgt korrigiert werden:

$d_m = d_{\text{roh}} + k_{\text{Meteo}} \cdot d_{\text{roh}}$ mit $k_{\text{Meteo}} = N_B - N$
 k_{Meteo} ist dabei in [ppm] angegeben. N_B ist die Bezugsbrechzahl, N die Brechzahl, welche wie folgt berechnet wird:

$$N = (n - 1) \cdot 10^6$$

9.9 Tachymeter und Totalstationen

Ein *Tachymeter* ist eine Kombination von Richtungssensor und eines Distanzmessers und gleicht im äusseren Aufbau einem Theodoliten. Es wird zur Bestimmung von räumlichen Koordinaten eingesetzt. Ist ein elektronisches Tachymeter mit austauschbaren Speichermedien ausgerüstet und weist es einen Mikroprozessor auf, sodass auf externe Programme geladen werden können, spricht man von einer *Totalstation*. *Motorisierte Totalstationen* erleichtern die Einstellung von vorher definierten Zielen. Die Fernrohre einiger

Modelle tragen Leuchtdioden, die in beschränkten Sektoren verschiedenfarbiges Licht ausstrahlen. Solche *search lights* oder *track-lights* erleichtern die Absteckung (s. 7.4.1). Für Anwendungen in Innenräumen können *Diodenlaser* den Zielpunkt markieren. Sind die Messfernrohre mit Zieldetektoren versehen, ermöglichen sie ein *Tracking* des Zielpunktes. Mittels einer am Zielpunkt operierenden Steuereinheit, die mit der Totalstation per Datenfunk kommuniziert, ist es möglich, Aufnahmen und Absteckungen im „Ein-Mann-Betrieb“ auszuführen.

9.10 Globales Positionierungssystem (GPS)

Rund um die Uhr voll operationell nutzbar ist heute das amerikanische NAVSTAR-GPS (NAVigation System with Time And Ranging – Global Positioning System). Das entsprechende russische System GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System) ist noch in Aufbau.

Die absolute Genauigkeit von weltweit 10 m genügt für die Navigation auf See und Land praktisch immer. Das Koordinatensystem von GPS beruht auf dem WGS84-Ellipsoid (world geodetic system 84), eine Transformation in lokale Systeme ist also vielfach notwendig.

Die globale Verfügbarkeit und die Erreichbarkeit hoher Genauigkeiten sind die grossen Vorteile von GPS. Wetter und Tageszeit spielen bei GPS eine wesentlich kleinere Rolle als bei tachymetrischen Messungen.

Durch die Beobachtung von mindestens vier Satelliten sind genügend Beobachtungsgrössen vorhanden, um die dreidimensionalen Koordinaten eines Punktes und die Zeitdifferenz (offset) zu bestimmen.

9.10.1 Bestandteile

Das *Raumsegment* besteht aus 24 Satelliten (Space Vehicles SV), welche die Erde in einer Höhe von ca 20'200 km auf sechs nahezu kreisförmigen Bahnen mit einer Inklination (Bahnneigung) von 55° gegenüber dem Äquator in jeweils 11 Stunden und 58, also genau einem halben Sterntag, umkreisen. Zusätzliche Reservesatelliten garantieren die Stabilität des Systems bei Ausfällen; aktuell (November 2000 – wahnsinnig aktuell...) umkreisen 27 Satelliten die Erde.

Das *Kontrollsegment* besteht aus fünf Zweifrequenz-GPS-Empfängern. Diese messen zu allen sichtbaren Satelliten Pseudodistanzen, korrigieren diese bezüglich Refraktion, glätten die Messwerte und senden sie an die Masterstation in Colorado Springs. Dort werden die Bahndaten (Ephemeriden) der Satelliten bestimmt und an die Satelliten übermittelt. Diese Bahndaten („broadcast *epheme-*

rics“) sind auf wenige Meter genau und für Navigationszwecke und die meisten geodätischen Anwendungen genügend exakt. Seit einigen Jahren bestimmt IGS (International GPS Service for Geodynamics) hochpräzise Bahndaten („*precise ephemerics*“) zentimetergenau. Dazu werden Daten von 80 weltweit verteilten Stationen (u.a. Zimmerwald) verwendet. Die Daten stehen jeweils mit etwa 2 Wochen Verspätung zur Verfügung. Jeder, der ein GPS-Gerät einsetzt, gehört zum *Nutzersegment*.

9.10.2 Signalstruktur

Basierend auf der Grundfrequenz von 10.23 MHz sendet jeder Satellit permanent zwei Trägerwellen L1 = 1575.42 MHz (Wellenlänge 19.05 cm) und L2 = 1227.60 MHz (Wellenlänge 24.45 cm). Die Verwendung von zwei Frequenzen ermöglicht eine weitgehende Modellierung der Einflüsse auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Signale in der Ionosphäre. Den Trägerwellen sind Navigationssignale (codes) und Navigationsnachrichten (messages) überlagert. Auf L1 moduliert sind der C/A-Code (Clear/Acquisition) und der P-Code (Precise), auf L2 nur der P-Code.

Beim *C/A-Code* handelt es sich um einen allgemein zugänglichen Code, der eine Auswertung des GPS-Signales bei eingeschränkter Genauigkeit ermöglicht („Code-Lösung“). Der *P-Code* ist nicht frei zugänglich, sondern wird von den Betreibern in den *Y-Code* verschlüsselt. Diese Verschlüsselung wird als Anti-Spoofing bezeichnet. Der *Y-Code* ist nur autorisierten Nutzern – sprich militärischen Stellen – bekannt.

9.10.3 Messprinzipien

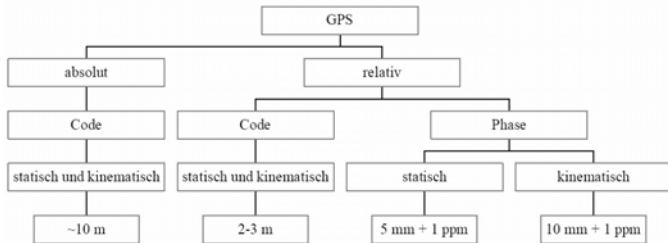
Die Höhe ist bei GPS aus Gründen der Geometrie und der Refraktion jeweils zwei- bis dreimal weniger genau als die Lage!

Bei der *Pseudodistanz-Messung* werden Distanzen zwischen der Antenne des Empfängers und den Satelliten gemessen. Die Distanz von Empfänger zum Satellit wird über eine Laufzeitmessung des C/A-Codes oder P-Codes erhalten. Da die Empfänger- und Satellitenuhren nicht synchronisiert sind, erhält man eine proportional zur Uhrdifferenz falsch Pseudodistanz.

Bei der *Phasenmessung* wird die Phasenverschiebung an der Trägerwelle gemessen, d.h. die Phase des ankommenden Satellitensignals wird mit der Phase eines im Empfänger erzeugten Referenzsignals verglichen.

Bei der *relativen Punktbestimmung* – auch als *differentialles Verfahren* bezeichnet – werden identische Satellitensignale gleichzeitig von mindestens zwei Empfängern erfasst, wodurch sich die meis-

ten Fehler bis zu einem gewissen Grad aufheben. Es kommt sowohl die Code- als auch die Phasemessung zur Anwendung. Soll die Datenauswertung in Echtzeit (realtime) erfolgen, ist eine Funkverbindung zwischen den verschiedenen Empfängern notwendig. Fehlt diese, werden die Daten nachträglich im post-processing ausgewertet.



9.10.4 Fehlereinflüsse bei GPS

Bei differentiellem GPS werden die meisten Fehler weitgehend eliminiert.

Die *Genauigkeit der Ephemeriden* (Satellitenbahnen) wirkt sich unmittelbar auf die absolute Positionsbestimmung aus. Bei differentiellen, geodätischen Messverfahren ist bei kurzen Basislinien vernachlässigbar. Von Satellit zu Satellit variable und nicht konstante *Fehler der Satellitenuhren* gegenüber der GPS-Zeit wirken sich ebenfalls aus.

Infolge der *Refraktion* ist der Weg des Signals kurvenförmig und die Ausbreitungsgeschwindigkeit variabel. Problematisch sind vor allem zwei Schichten: die Ionosphäre (80 – 400 km über der Erdoberfläche) und die Troposphäre (0 – 12 km). Beide können aber modelliert werden und erlauben weitgehende Elimination der Fehler.

Werden Satellitensignale an glatten Flächen reflektiert, kommt es zu *Mehrwegausbreitungen (multipath)* – direkte und indirekte Signale überlagern sich. Drahtgeflechte und Baumgeäst können zu *Signalverzerrung* führen; Gebäude, Bäume oder Geländekanten können *Signale beugen*.

Das *Messrauschen* beim Empfang hat Zufallscharakter und kann nicht modelliert werden.

Schlechte *Näherungskordinaten* der Referenzstation führen zu Verzerrungen, ungenaue *Transformationsparameter* sind weitere Fehlerquellen.

9.10.5 Möglichkeiten der Positionsbestimmung

Static ist das genaueste GPS-Verfahren und wird vor allem bei langen Basislinien eingesetzt. Die Beobachtungsdauer liegt zwischen 30 min und mehreren Stunden.

Mit *rapid static* kann die Beobachtungsdauer auf 5 bis 15 Minuten verkürzt werden für Basislinien von bis zu 10 km um einen bekannten Referenzpunkt. Ständiger Kontakt zu den Satelliten ist nicht notwendig.

Bei *stop and go* werden mobile Empfänger – Rover genannt – entlang von stop and go-Ketten

bewegt. Am Anfang der Kette werden so viele Beobachtungen registriert bis eine gesicherte Lösung der Phasemehrdeutigkeit möglich ist (Initialisierung). Wiederum steht mindestens eine Referenzstation auf einem bekannten Punkt. Während dem Messen einer Kette darf der Kontakt zu den Satelliten nicht abbrechen.

Das Verfahren *kinematic* setzt ebenso kontinuierlichen Empfang von mindestens vier Satelliten voraus. Mittels OTF-Methoden (on the fly) wird die Mehrdeutigkeitslösung bereits während der Bewegung durch Bestimmen einer Raumkurve der Antenne bestimmt.

Beim *Echtzeit-GPS* werden von der Referenzstation via Funk oder GSM Korrekturdaten an den Rover ausgesendet, welche die Koordinatenbestimmung direkt im Feld erlauben, vorausgesetzt die Transformationsparameter sind bekannt.

9.10.6 Transformation der GPS-Koordinaten

Gemessene Punkte müssen vom WGS84-System in's Referenzellipsoid des Landes übertragen werden; dafür sind 7 Parameter (3 Translationen, 3 Rotationen, 1 Massstab) notwendig, welche durch Vermessen bekannter Punkte in beiden Systemen bestimmt werden können. Mittels einer Projektion werden die Punkte nun in ein ebenes Koordinatensystem überführt. Die Lagerung der Koordinaten auf im lokalen System bekannte Punkte benötigt in der Schweiz wegen Inhomogenitäten minimal drei bekannte Punkte. Mit einem Ausgleichsverfahren werden für die GPS-Punkte die wahrscheinlichsten Koordinaten im lokalen Netz bestimmt.

9.10.7 DGPS-Dienste

Mit swipos-nav entsteht ein realtime Positionierungsdienst mit Genauigkeit von 1 – 3 m. Das automatische GPS-Netz Schweiz (AGNES) soll mit 25 Permanentstationen Echtzeit-GPS mit Zentimetergenauigkeit ermöglichen (Zugriff via GSM).

9.10.8 GLONASS

GLONASS arbeitet mit den gleichen Prinzipien wie GPS. Von den geplanten 24 Satelliten sind aber erst 10 in den drei um 64.8° gegenüber der Äquatorialebene geneigten Bahnen in Betrieb (2000). Die Umlaufzeit der Satelliten beträgt 11 Stunden und 16 Minuten, die Umlaufbahn liegt in einer Höhe von 19'100 km. Jeder Satellit sendet auf einer eigenen Frequenz, die Signale werden nicht künstlich verfälscht. Die Positionsbestimmung ist infolge der beschränkten Satellitenzahl aber nicht rund um die Uhr möglich. Auf dem Markt sind kombinierte GLONASS/GPS-Empfänger aber bereits erhältlich.